

الرياضيات

شرح مفصل للمادة .. حل جميع الأسئلة الوزارية. شرح بالخطوات

الفصل الأول

2
0
2
5

الرياضيات

الاستاذ

محمد عبد الكريم

متوسطة التحرير ... البصرة ... 07722928858

معلومات أساسية

الكسور والعمليات عليها

جمع وطرح الكسور

1

إذا تساوت المقامات نجمع البسط فقط

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{6}{3}$$

2

إذا اختلفت المقامات ... نوحّد المقامات أولاً ثم نقوم بعمليات الجمع والطرح

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15}$$

ضرب وقسمة الكسور

1

عند الضرب .. نضرب البسط مع البسط والمقام مع المقام (لأنّنا نحتاج توحيد المقامات)

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{6}$$

2

عند القسمة ... نقلب عملية القسمة إلى ضرب ونقلب الكسر الثاني

$$\frac{3}{2} \div \frac{4}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

3

عند الجمع او الضرب مع عدد صحيح

$$2 + \frac{2}{3} = \frac{2}{1} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$3 \times \frac{2}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$$



الإشارات

الجمع والطرح

1

إذا كانت الإشارات مختلفة ... نأخذ إشارة العدد الأكبر ونطرح الأعداد

$$-3 + 2 = -1$$

2

إذا كانت الإشارات متشابهة نأخذ نفس الإشارة ونجمع الأعداد

$$-2 - 4 = -6$$

3

العدد الذي لا يحتوي إشارة تكون إشارته موجبه

$$3 - 5 = -2$$

1

الضرب والقسمة

إذا كانت إشارة الأعداد متشابهة يكون الناتج موجب اما إذا كانت إشارة الأعداد مختلفة فيكون الناتج سالب

$$-3 \times 5 = -15 \quad \text{مختلفات} \quad -3 \times -4 = 12 \quad \text{متشابهات}$$

2 لاحظ المثال ...هنا ضربنا الإشارات

$$5 + (-3) = 5 - 3 = 2$$

$$5 - (-3) = 5 + 3 = 8$$

3 في المثال القادم الإشارة السالبة قبل القوس. يجب توزيعها على جميع القوس

$$3x - (4x + 1) = 3x - 4x - 1 = -x - 1$$

4 اذا كانت الأرقام او المتغيرات متشابهة ولكن مختلفة بالإشارة فيكون الناتج صفر

$$+10 - 10 = 0$$

$$+2x - 2x = 0$$



الجزور والعمليات عليها

الجمع والطرح

1 لا يمكن الجمع والطرح الا اذا كانت الجزور متشابهة (الاعداد تحت الجزور)

$$3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = \text{يبقى على حاله}$$

$$3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

2 عند الجمع والطرح نجمع ونطرح المعاملات فقط

$$\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

3 الجذر الذي لا يحتوي على معامل يكون معامل واحد

الضرب والقسمة

1 عند الضرب نضرب الجذور معا والمعاملات معا

$$3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{6}$$

2 جذر العدد مضروب في جذر العدد نفسه يساوي العدد بدون جذر

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

3 لا يمكن ضرب العدد داخل الجذر بعدد خارج الجذر

$$3 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

امثله

$$3\sqrt{2} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{10}$$

$$2\sqrt{3} \times 6 = 12$$

4 لا يمكن اختصار جذر مع عدد

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \neq 2$$

5 قسمة جذر على جذر اخر يكون الناتج جذر كذلك

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{4}} = \sqrt{2}$$

الجدور التربيعية

$$\sqrt{4} = 2 \quad \sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{16} = 4 \quad \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{36} = 6 \quad \sqrt{49} = 7 \quad \sqrt{64} = 8 \quad \sqrt{81} = 9$$

$$\sqrt{100} = 10 \quad \sqrt{121} = 11 \quad \sqrt{144} = 12$$

$$\sqrt{169} = 13 \quad \sqrt{196} = 14 \quad \sqrt{225} = 15$$

الجدور التكعيبية

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \sqrt[3]{27} = 3 \quad \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\sqrt[3]{125} = 5 \quad \sqrt[3]{216} = 6$$



الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية

قبل البدء بالموضوع لابد ان يراجع الطالب المعلومات الأساسية حول الجذور في بداية الملزمة

من المهم معرفة وتمييز أنواع الجذور قبل الحل لذلك سوف نقوم بتبسيطها بمقدار فهم

الطالب

1

الجذور التربيعية المعروفة والتي سبق للطالب حفظها (المربع الكامل) مثل

$$\sqrt{36} = 6 , \quad \sqrt{25} = 5$$

2

الجذور التكعيبية المعروفة والتي سبق للطالب حفظها مثل

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

3

الجذور التربيعية (الصماء) القابلة للتبسيط مثل

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

4

الجذور الغير قابلة للتبسيط مثل

$$\sqrt{10}$$



كيف نعرف هل الجذر قابل للتبسيط ام لا



نقوم بتحليل العدد تحت الجذر فإذا تكرر احد الاعداد اثناء التحليل فهو قابل للتبسيط

(سنوضح ذلك من خلال المثال)

كيف نبسط الجذور القابلة للتحليل



كل عدد تكرر مرتين نأخذ واحدا فقط ونضعه خارج الجذر اما الاعداد التي لم

تكرر تبقى داخل الجذر لاحظ المثال

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

لاحظ بأن العدد 2 قد تكرر أثناء التحليل فنضعه خارج الجذر اما العدد 3 لم يتكرر فيبقى داخل الجذر

2	12
2	6
3	3
	1



$$\sqrt{10}$$

لاحظ بعدم وجود تكرار للاعداد أثناء التحليل اذن الجذر لا يتبسط

2	10
5	5
1	1



ملاحظة

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

يمكن تجزئة الكسور تحت الجذور كالآتي

$$\sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$



ملاحظة

يمكن تحويل الاس الكسري الى جذر مثلا

$$\sqrt[3]{-27} = (-27)^{\frac{1}{3}}$$



ملاحظة

يمكن استخراج الجذر بصورة تقريبية باستخدام العلاقة

$$\sqrt{a} = \frac{a+b}{2\sqrt{b}}$$

a هو العدد تحت الجذر

b هو اقرب عدد له جذر تربيعي اكبر او اصغر من a

مثال

$$\sqrt{6} = \frac{6 + 4}{2\sqrt{4}} = \frac{10}{2(2)} = \frac{10}{4} \approx 2.5$$

4 هو اقرب عدد له جذر تربيعي قريب من 6



الحالة الاولى

اذا كان السؤال على شكل قوسين متشابهين بالشكل ومختلفين بأشارة الحد الأوسط

طريقة الحل: نأخذ احد القوسين ونربع الحد الأول ثم إشارة سالبة ثم نربع الحد الثاني

مثال

بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية

$$(\sqrt{12} - \sqrt{18})(\sqrt{12} + \sqrt{18}) =$$

$$(\sqrt{12})^2 - (\sqrt{18})^2 = 12 - 18 = -6$$

التربيع يلغى مع الجذر



$$(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) =$$

$$(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 =$$

$$= 5 - 3 = 2$$



$$(\sqrt{10} - \sqrt{20})(\sqrt{10} + \sqrt{20}) =$$

واجب

تمرين

1

الحالة الثانية

عندما يكون قوس واحد مرفوع الى الاس التربيعي

الدور الثاني 2023

يمكن حل هذه الحالة بطريقتين

الطريقة الأولى : التوزيع

تمرين

2

الجذر في نفسه يساوي
العدد بدون جذر

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

$$(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})$$

نجمع الجذور

$$= 7 - \sqrt{14} - \sqrt{14} + 2 = 9 - 2\sqrt{14}$$

الطريقة الثانية : باستعمال قانون مربع الحداية

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{7})^2 - 2\sqrt{7}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

التربيع يلغى مع الجذر

$$= 7 - 2\sqrt{14} + 2 = 9 - 2\sqrt{14}$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 =$$

$$(\sqrt{11} - \sqrt{5})^2 =$$

واجب

ثوبتي 2022

الحالة الثالثة

تمرين 3

نستخرج 8 و 27 من الجذر التكعيبي

نحلل جذر 125 وجذر 20

2	20
2	10
5	5
	$2\sqrt{5}$

5	125
5	25
5	25
	1
	$5\sqrt{5}$

$$(\sqrt{125} - \sqrt{20}) \left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}} \right) =$$

$$= (5\sqrt{5} - 2\sqrt{5}) \left(\frac{2}{3} \right)$$

نطرح لان الجذور متشابهه

$$= \cancel{3}\sqrt{5} \times \frac{2}{\cancel{3}} = 2\sqrt{5}$$

الدور الاول 2023

نحلل جذر 8 وجذر 50

$$(\sqrt{50} - \sqrt{8}) \left(\sqrt[3]{\frac{64}{27}} \right) =$$

نستخرج 27 و 64 من الجذر التكعيبي

2	8
2	4
2	2
	1
	$2\sqrt{2}$

2	50
5	25
5	5
	1
	$5\sqrt{2}$

$$= (5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) \left(\frac{4}{3} \right)$$

نطرح لان الجذور متشابهه

$$= (\cancel{3}\sqrt{2}) \left(\frac{4}{\cancel{3}} \right) = 4\sqrt{2}$$

تمرين

14

التربيع يلغى مع الجذر

$$(\sqrt{18} - \sqrt{50}) \left(\frac{-27}{64} \right)^{\frac{1}{3}} =$$

نحول الاس الكسري الى جذر

نستخرج 64 و 27 من الجذر التكعيبي

نحلل جذر 50 وجذر 18

$$= (3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}) \left(\sqrt[3]{\frac{-27}{64}} \right)$$

$$= -2\sqrt{2} \times \frac{-3}{4}$$

$$= \frac{6\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



$$(\sqrt{32} - \sqrt{8}) \left(\sqrt[3]{\frac{-216}{125}} \right) =$$

واجب



تمهيدي 2023

الحالة الرابعة

شكل السؤال كسور بينها ضرب او قسمة

$$\frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}} \div \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}} =$$

نبسط الجذور التربيعية .. نستخرج الجذور التكعيبية

$$= \frac{4 \times 2\sqrt{3}}{5(-3)} \div \frac{2 \times 2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}$$

نقلب القسمة الى ضرب ونقلب الكسر الثاني

$$= \frac{8\sqrt{3}}{-15} \times \frac{2\sqrt{2}}{2 \times 2\sqrt{6}}$$

نبحث عن الاختصارات

$$= \frac{8\sqrt{3}}{-15} \times \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{6}} =$$

تفصيل

4

$$= \frac{2\sqrt{3}}{-15} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{-4}{15}$$

15 بسط الجملة العددية وقرب الناتج لاقرب عشر

تمرين

نبسط الجذور التربيعية

نستخرج الجذور التكعيبية

$$\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt[3]{125}} \div \frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}} =$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3 \times 5} \div \frac{5 \times 2}{5}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{15} \div \frac{10}{5} =$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{15} \times \frac{5}{10} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

نقلب القسمة الى ضرب ونقلب الكسر الثاني

نبحث عن الاختصارات

الدور الاول 2022

$$\frac{6\sqrt{44}}{\sqrt{5}} \div \frac{18\sqrt{11}}{\sqrt{5}}$$

نبسط الجذور التربيعية

$$= \frac{6 \times 2\sqrt{11}}{\sqrt{5}} \div \frac{18\sqrt{11}}{\sqrt{5}}$$

نقلب القسمة الى ضرب ونقلب الكسر الثاني

$$= \frac{6 \times 2\sqrt{11}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{18\sqrt{11}}$$

نبحث عن الاختصارات

$$= \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

2	44
2	22
11	11
	1
	$2\sqrt{11}$

واجب

$$\frac{\sqrt{48}}{3\sqrt[3]{27}} \div \frac{5\sqrt{27}}{\sqrt{18}} =$$

الدور الثاني 2021

مثال

$$\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \div \left(\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{27}} \right) = \text{بسط المقدار}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \div \left(\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{27}} \right)$$

$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \div \left(\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \right)$$

نوجد المقامات

نحول القسمة الى ضرب ونقلب الكسر

$$= \frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$$

إذا عكست عددين بينهما عملية طرح تتغير إشارة المقدار كاملة... كذلك يمكن سحب 1- عامل مشترك

$$= \frac{-(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{3\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = -1$$



الحالة الرابعة

طريقة تنسيب المقام

السؤال هو عبارة عن كسر يحتوي على جذر والمطلوب التخلص من الجذر في المقام

اولا اذا تكون المقام متكون من حد واحد

$$\frac{7 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

بسط المقدار

مثال

نضرب البسط والمقام بـ $\sqrt{5}$

$$\frac{7 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} =$$

$$\frac{(7 \times \sqrt{5}) - (\sqrt{5} \times \sqrt{5})}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$$= \frac{7\sqrt{5} - 5}{5}$$

تذكر ... لا يمكن ضرب
العدد خارج الجذر مع
العدد داخل الجذر



تمرين
7

نضرب البسط والمقام بـ $\sqrt{3}$

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{3}} =$$

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$$

$$\frac{\sqrt{3} \times 1 - \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{4(3)} =$$

$$\frac{\sqrt{3} - 3}{12}$$

من الممكن ان نضرب بـ $4\sqrt{3}$
لكن سوف
نتجنب الأرقام الكبيرة



تمرين
8

$$\frac{1 - \sqrt{20}}{\sqrt{5}} =$$

نبسط الجذور التربيعية



$$\frac{1 - 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

نضرب البسط والمقام بـ $\sqrt{5}$

$$\frac{\sqrt{5} \times 1 - \sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{5} =$$

$$= \frac{\sqrt{5} - 10}{5}$$



$$\frac{\sqrt{50} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} =$$

الدور الأول 2022

نبسط الجذور التربيعية

$$= \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

نضرب البسط والمقام بـ $\sqrt{3}$

$$= \frac{5\sqrt{6} - 3}{2 \times 3}$$

$$= \frac{5\sqrt{6} - 3}{6}$$



تصريح

9

$$\frac{\sqrt{50} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{10 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}} =$$

الدور الثاني 2022

من الأسهل حل كل جزء لوحده بعدها نقوم بعملية الطرح

$$= \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

نضرب البسط والمقام بـ $2\sqrt{3}$

$$= \frac{10\sqrt{6} - 2(3)}{4(3)} = \frac{10\sqrt{6} - 6}{12}$$

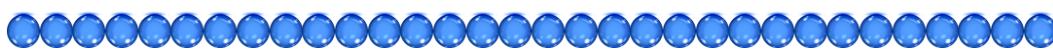
$$= \frac{10 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{10\sqrt{6} - 6}{2(6)} = \frac{10\sqrt{6} - 6}{12}$$

$$= \frac{10\sqrt{6} - 6}{12} - \frac{10\sqrt{6} - 6}{12}$$

$$= \frac{10\sqrt{6} - 6 - (10\sqrt{6} - 6)}{12} = \frac{0}{12}$$

في الجزء الأول من الحل ضربنا بالجذر مع معاملته بينما الجزء الثاني فقط بالجذر وذلك لنحصل على مقامات متشابهة



تمرين
18

$$\frac{\sqrt{33} - \sqrt{11}}{\sqrt{99}} - \frac{\sqrt{60} - \sqrt{5}}{5\sqrt{15}}$$

نبسط الجذور التربيعية

$$= \frac{\sqrt{33} - \sqrt{11}}{3\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}}$$

جرتنا جذر 33 لتجنب الأرقام الكبيرة عند الضرب

نضرب البسط والمقام بـ $\sqrt{11}$

$$\frac{\sqrt{11} \times \sqrt{3} - \sqrt{11}}{3\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}}$$

$$= \frac{11 \times \sqrt{3} - 11}{3(11)}$$

$$= \frac{11\sqrt{3} - 11}{33}$$

$$= \frac{11(\sqrt{3} - 1)}{33} = \frac{\sqrt{3} - 1}{3}$$

البسط.. نسحب ال 11 عامل مشترك

$$\frac{\sqrt{60} - \sqrt{5}}{5\sqrt{15}}$$

$$= \frac{2\sqrt{15} - \sqrt{5}}{5\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}}$$

$$= \frac{2(15) - \sqrt{75}}{5(15)} = \frac{30 - \sqrt{75}}{75}$$

$$= \frac{30 - 5\sqrt{3}}{75} = \frac{5(6 - \sqrt{3})}{75} = \frac{6 - \sqrt{3}}{15}$$

البسط.. نسحب ال 5 عامل مشترك

$$\frac{\sqrt{3} - 1}{3} - \frac{6 - \sqrt{3}}{15}$$

نوجد المقامات

$$= \frac{5(\sqrt{3} - 1) - 1(6 - \sqrt{3})}{15}$$

$$= \frac{5\sqrt{3} - 5 - 6 + \sqrt{3}}{15}$$

$$= \frac{-11 - 6\sqrt{3}}{15}$$

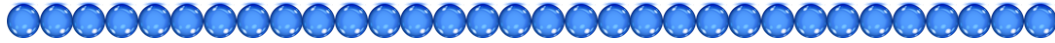
نوزع ال 5 و ال 1- على الأقواس

5	75
5	15
3	3
	1
	5√3

2	60
2	30
3	15
5	5
	2√15

$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{8} - 5}{3\sqrt{2}} =$$

واجب



ثانياً اذا تكون المقام من حدين

ناخذ المقام ونقوم بتغيير إشارة الوسط فنحصل على ما يعرف بالعامل المرافق ... ثم

نضرب العامل المرافق ببسط ومقام الكسر

مثال

المرافق هو المقام نفسه لكن قلبنا إشارة

$$\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3} - \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3} - \sqrt{7}} \times \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2\sqrt{3} + \sqrt{7}}$$

$$= \frac{2\sqrt{63} + \sqrt{147}}{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{7})^2} =$$

البسط نقوم بالتوزيع اما المقام كذلك يمكن
التوزيع لكن الاسهل هو الحالة الأولى
 $(\text{الحد الثاني})^2 - (\text{الحد الاول})^2$

$$= \frac{2\sqrt{63} + \sqrt{147}}{12 - 7}$$

$$= \frac{2 \times 3\sqrt{7} + 7\sqrt{3}}{5} = \frac{6\sqrt{7} + 7\sqrt{3}}{5}$$

3	63
3	21
7	7
	1
	$3\sqrt{7}$

3	147
7	49
7	7
	1
	$7\sqrt{3}$

تمرين

17

$$\frac{\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}{\sqrt{7} + 3\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}{\sqrt{7} + 3\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}{\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{7} \times (\sqrt{7} - 3\sqrt{5}) - 3\sqrt{5} \times (\sqrt{7} - 3\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2 - (3\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{7 - 3\sqrt{35} - 3\sqrt{35} + 45}{7 - 45}$$

$$= \frac{52 - 6\sqrt{35}}{-38}$$

البسط نقوم بالتوزيع اما المقام كذلك يمكن التوزيع لكن الاسهل هو الحالة الأولى $(\text{الحد الثاني})^2 - (\text{الحد الاول})^2$

في هذه الخطوة نجمع او نطرح الاعداد معا ونجمع او نطرح الجذور معا

$$\frac{1 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} \times \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 1} =$$

$$= \frac{\sqrt{5} - 5 + 1 - \sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2 - (1)^2}$$

$$= \frac{-4}{5 - 1} = \frac{-4}{4} = -1$$

البسط نقوم بالتوزيع اما المقام كذلك يمكن التوزيع لكن الاسهل هو الحالة الأولى

تمهيد 2019

طريقة اخرى

$$\frac{1 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1}$$

البسط ..نسحب -1 عامل مشترك

$$= \frac{-(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} = -1$$



$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$$

واجب



الحالة الخامسة

مثال بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية

واكتب الناتج لأقرب عشر :

$$\sqrt{12}(\sqrt{3} - \sqrt{8}) - 6$$

نبسط الجذور التربيعية

$$= 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) - 6$$

نوزع $2\sqrt{3}$ على القوس

$$= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} - 6$$

$$2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2 \times 3 = 6$$

$$= 2(3) - 4\sqrt{6} - 6$$

$\sqrt{6} \approx 2.5$ تقريبا

$$= 6 - 4\sqrt{6} - 6$$

$$= -4\sqrt{6} \approx -4 \times 2.5 = -10$$

$$\frac{a+b}{2\sqrt{b}} = \sqrt{a} \rightarrow \sqrt{6} = \frac{6+4}{2\sqrt{4}} = \frac{10}{2(2)} = \frac{10}{4} \approx 2.5 \text{ فقط للاطلاع}$$



$$\sqrt{7}(\sqrt{28} - \sqrt{2}) - 5$$

مثال

نبسط الجذور التربيعية

$$= \sqrt{7}(2\sqrt{7} - \sqrt{2}) - 5$$

نوزع $\sqrt{7}$ على القوس

$$= 2(7) - \sqrt{14} - 5$$

$$= 14 - \sqrt{14} - 5$$

$$= 9 - \sqrt{14}$$

$$= 9 - 3.75 = 5.25 \approx 5.3$$

$$\frac{a+b}{2\sqrt{b}} = \sqrt{a} \rightarrow \sqrt{14} = \frac{14+16}{2\sqrt{16}} = \frac{30}{2(4)} = \frac{30}{8} \approx 3.75 \quad \text{فقط للاطلاع}$$



بسط الجملة العددية الآتية بأستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية

$$\sqrt{8}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) - 3\sqrt{6}$$

نبسط الجذور التربيعية

$$= 2\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) - 3\sqrt{6}$$

نوزع $2\sqrt{2}$ على القوس

$$= 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} - 3\sqrt{6}$$

$$= 4 - 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6}$$

الدور الثالث 2019

$$= 4 - 5\sqrt{6}$$



6

$$(-125)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{12} \right) =$$

نقلب الأس الكسري إلى جذر

$$= \sqrt[3]{-125} \left(\frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{4} \times 2\sqrt{3} \right)$$

السالبة تحت
الجذر التكعيبي
يبقى

$$= -5 \left(\frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3} \right)$$

نوزع ال 5 - على القوس

$$= -5 \times \frac{1}{10} \sqrt{3} + 5 \times \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

نطرح البسط لان المقامات والجذور متشابهه

$$= \frac{-1}{2} \sqrt{3} + \frac{5}{2} \sqrt{3} = \frac{-1\sqrt{3} + 5\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2\sqrt{3} = 2 \times 1.73 = 3.46$$



واجب

$$(-27)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{6} \sqrt{2} - \frac{1}{4} \sqrt{32} \right) =$$

تمرين
10

استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقربا لمرتبتين عشريتين بأستعمال الحاسبة

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3^{-3} - 3^{\frac{3}{2}} &= \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \sqrt{3^3} \\ &= \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \sqrt{27} = \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - 3\sqrt{3} = \\ &= 0.111 + 0.037 - 3(1.73) \end{aligned}$$

تمرين
11

$$\begin{aligned} 27^{\frac{1}{2}} - (-9)^0 + 3^2 \times 5^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{27} - 1 + 9 \times \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{3} - 1 + 9 \times 2.236 = 3 \times 1.73 - 1 + 20.124 \\ &= 5.19 - 1 + 20.124 = 24.314 \approx 24.31 \end{aligned}$$

استعمل الحاسبة لتكتب الصورة العلمية للعدد مقربا لمرتبتين عشريتين

تمرين
12

$$6.43 \times 10^{-5} - 0.25 \times 10^{-4} =$$

$$= 0.643 \times 10^{-4} - 0.25 \times 10^{-4} = (0.643 - 0.25) \times 10^{-4}$$

$$= 0.393 \times 10^{-4} \approx 0.39 \times 10^{-4}$$



$$(9.23 \times 10^{-3})^2 = 9.23 \times 10^{-3} \times 9.23 \times 10^{-3}$$

$$= 85.192 \times 10^{-6} \approx 85.19 \times 10^{-6}$$



تمرين
13

تمرين
16

$$7\sqrt{\frac{2}{49}} - 3\sqrt{\frac{8}{81}} + \sqrt{\frac{18}{36}} =$$

$$7 \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{49}} - 3 \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{81}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{36}}$$

$$7 \times \frac{\sqrt{2}}{7} - 3 \times \frac{\sqrt{8}}{9} + \frac{\sqrt{18}}{6}$$

$$7 \times \frac{\sqrt{2}}{7} - 3 \times \frac{2\sqrt{2}}{9} + \frac{3\sqrt{2}}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{1} - \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{3\sqrt{2}}{6}$$

$$= \frac{6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{6} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

$$= \frac{5 \times 1.41}{6} = \frac{7.05}{6} = 1.17 \approx 1.2$$

نوزع الجذر على الكسر

نبسط الجذور التربيعية

نبحث عن الاختصارات

نوجد مقامات

تدرب وحل المسائل الحياتية

تمرين
19

الأقمار الاصطناعية: تحسب سرعة القمر المدارية بالعلاقة التالية: $V = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{r}}$

اذ r نصف قطر المدار (بعد القمر عن مركز الأرض) . ما سرعة القمر اذا كان نصف قطر

المدار 300km ؟

الحل نحول نصف القطر من km الى m

$$r = 300\text{km} = 300 \times 1000 = 3 \times 10^5\text{m}$$

$$V = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{r}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{3 \times 10^5}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14-5}}{3}}$$

$$V = \frac{2 \times \sqrt{10^9}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{10} \times \sqrt{10^8}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{10} \times 10^4}{\sqrt{3}} \quad \sqrt{10^8} = (10^8)^{\frac{1}{2}} = 10^4$$

$$V = \frac{2\sqrt{10} \times 10^4}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{30} \times 10^4}{3}$$

$$V = \frac{2 \times 5.47 \times 10^4}{3} = \frac{10.94 \times 10^4}{3} = 3.65 \times 10^4$$



20

مكافحة الحرائق: تحسب سرعة تدفق الماء الذي يضخ من سيارات الحريق بالقانون

$$V = \sqrt{2hg} \text{ foot/sec} \text{ اذ } h \text{ تمثل أقصى ارتفاع للماء و } g \text{ يمثل سرعة التعجيل}$$

الأرضي (32 foot/sec²) لإطفاء الحريق في الغابات تحتاج إدارة مكافحة

الحرائق في الدفاع المدني الى مضخة لتضخ الماء الى ارتفاع 80 foot فهل تفي

بحاجتها مضخة تقذف الماء بسرعة 72 foot/sec

V : السرعة . أقصى ارتفاع h = 80 foot . التعجيل الأرضي $g = 32 \text{ foot/sec}^2$

$$V = \sqrt{2hg}$$

$$72 = \sqrt{2 \times h \times 32}$$

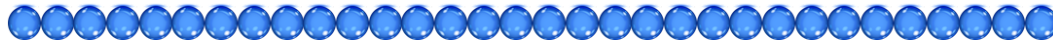
$$72 = \sqrt{64 \times h} \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

$$5184 = 64 \times h$$

$$h = \frac{5184}{64} = 81$$

نعم : مضخة الماء تفي بالحاجة

نربع الطرفين للتخلص من الجذر



21

هندسة : جد مساحة المثلث الذي يعلو واجهة البيت اذا كان ارتفاعه

$$3\sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ م} \quad \text{وطول قاعدته} \quad \sqrt{18} - \sqrt{3} \text{ م}$$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$$A = \frac{1}{2} (3\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{18} - \sqrt{3})$$

$$A = \frac{1}{2} (3\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$A = \frac{1}{2} [(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2]$$

$$A = \frac{1}{2} (18 - 3) = \frac{1}{2} \times 15 = 7.5 \text{ m}^2$$

توبيدي 2019





اثبت صحة ما يلي

22

$$\left(7^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}}\right) \left(7^{\frac{2}{3}} + 7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}\right) = 2$$

ملاحظة: اذا كان المقدار بالصورة: $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

$$\left(7^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}}\right) \left(7^{\frac{2}{3}} + 7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}\right)$$

$$= \left(7^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 7 - 5 = 2$$



23 أصحح الخطأ: كتب شاكر ناتج جمع العددين كالآتي:

$$8.4 \times 10^{-3} + 0.52 \times 10^{-2} = 1.63 \times 10^{-3}$$

$$8.4 \times 10^{-3} + 0.52 \times 10^{-2} =$$

$$= 0.84 \times 10^{-2} + 0.52 \times 10^{-2}$$

$$= (0.84 + 0.52) \times 10^{-2} = 1.63 \times 10^{-2}$$



24

حس عددي: هل أن العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28

نعم العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28

$$\sqrt{125} = 5\sqrt{5} = 5(2.23) = 11.2$$

اكتب // ناتج الجمع بالتقريب لأقرب عشر : $6^{\frac{3}{2}} + 5^{\frac{3}{2}}$

$$\begin{aligned} 6^{\frac{3}{2}} + 5^{\frac{3}{2}} &= \sqrt{6^3} + \sqrt{5^3} = \sqrt{216} + \sqrt{125} \\ &= 6\sqrt{6} + 5\sqrt{5} = 6 \times 2.44 + 5 \times 2.23 \\ &= 14.64 + 11.15 = 25.79 \approx 25.8 \end{aligned}$$

اهم الجذور وتبسيطها

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$



التطبيقات

ماهو التطبيق ؟



سؤال
الجواب

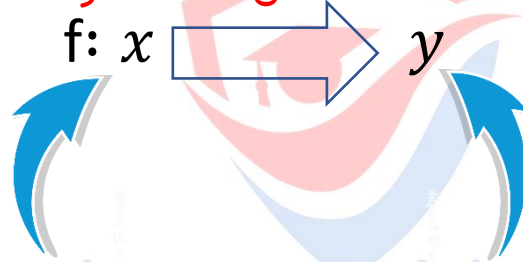
هو علاقة تربط كل عنصر من عناصر المجموعة x (المجال) بعنصر واحد وواحد فقط من عناصر المجموعة y (المجال المقابل)

ماهو المجال والمجال المقابل والمدى



سؤال
الجواب

عزيزي الطالب يجب ان تعرف معنى الشكل القادم اولا



يدعى بالمجال ... بشكل ابسط .. القيم التي يمكن تعويضها في العلاقة يجب ان تنتمي لهذه المجموعة

المجال المقابل ... بشكل ابسط .. الناتج بعد التعويض يجب ان ينتمي لقيم هذه المجموعة

مثلا $f: n \rightarrow z$

هذا يعني بأن الاعداد التي سنعوّضها في العلاقة f تنتمي الى n (الاعداد الطبيعية)

وهذه المجموعة تسمى **المجال**

والناتج بعد التعويض ينتمي الى z (مجموعة الاعداد الصحيحة) وهذه المجموعة

تسمى **المجال المقابل**

المدى : وهي مجموعة القيم الناتجة بعد التعويض وتكون مجموعة جزئية من المجال المقابل

بشكل أبسط بعد تعويض قيم المجال (x) في العلاقة سوف يكون لدينا قيم جديدة هي قيم (y) تلك القيم تسمى المدى

قاعدة الاقتران f : هي علاقة نعوض فيها قيم المجال (x) للحصول على قيم (y)



الحالة الاولى

كتابة التطبيق بشكل ازواج مرتبة و تمثيله بمخطط سهمي

مثال

إذا كانت $f: x \rightarrow y$ تمثل تطبيقاً بقاعدة اقتران $y = \frac{1}{2}x$ من المجموعة $x = \{4, 6, 8\}$

الى المجموعة $y = \{2, 3, 4, 5\}$ اكتب التطبيق على شكل ازواج مرتبة ثم مثل التطبيق

بمخطط سهمي وحدد المجال والمدى ومثله بيانيا

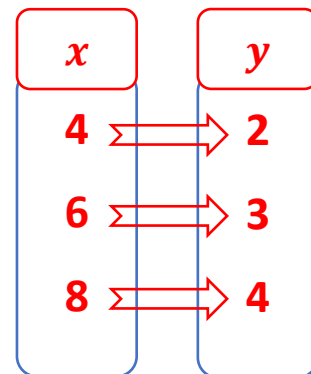
نعوض قيم x في العلاقة

$$y = \frac{1}{2}x, \quad x = \{4, 6, 8\}$$

$$y = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \rightarrow (4, 2)$$

$$y = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \rightarrow (6, 3)$$

$$y = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \rightarrow (8, 4)$$



المجال $x = \{4, 6, 8\}$

الأزواج المرتبة $f = \{(4, 2), (6, 3), (8, 4)\}$



الحالة الثانية

هذه الحالة معاكسة للحالة السابقة... يعطى أزواج مرتبة ويطلب إيجاد العلاقة

(هذه الموضوع يعتمد على استنتاج الطالب لإيجاد العلاقة من خلال الأزواج المرتبة لكن

سوف نستخدم القانون الاتي في حل مثال واحد فقط للفائدة)

مثال

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

القانون للتأكد من صحة الحل فقط

السعر y الوزن x

الجدول التالي يمثل العلاقة بين الوزن (كغم) وسعر

1	2
2	4
3	6
4	8

السك هل تمثل العلاقة تطبيقاً ؟ اذا كانت تطبيقاً فاكتب قاعدة

الاقتراح وحدد المجال والمدى ومثله في المستوي الإحداثي

نكتب الجدول بشكل أزواج مرتبة ثم نختار الي نقطتين

متتاليتين ونعوضهم في القانون

$$\{ \begin{matrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \\ (1, 2), & (2, 4) & (3, 6) & (4, 8) \end{matrix} \}$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

سوف نختار $(1, 2), (2, 4)$

$$\frac{y-2}{x-1} = \frac{4-2}{2-1}$$

$$\frac{y-2}{x-1} = \frac{2}{1}$$

طرفين $\times$ وسطين

$$1 \times (y-2) = 2 \times (x-1)$$

$$y-2 = 2x-2$$

$$y = 2x-2+2$$

$$y = 2x \quad \text{قاعدة الاقتران}$$

$$\text{المجال} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{المدى} = \{2, 4, 6, 8\}$$

الدور الثاني 2023

تمرين

1

اكتب قاعدة اقتران للتطبيق ومثله بمخطط سهمي واكتب المجال والمدى لها :

$$f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$$

$$y = x + 1 \quad \text{قاعدة الاقتران}$$

$$\text{المجال} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{المدى} = \{2, 3, 4, 5\}$$

تمرين

2

$$g = \{(1, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 9)\}$$

$$f(x) = 2x + 1 \quad \text{قاعدة الاقتران}$$

$$\text{المجال} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{المدى} = \{3, 5, 7, 9\}$$

اكتب قاعدة الاقتران للتطبيقات التالية ومثلها في المستوي الإحداثي واكتب المجال

والمدى لها :

تمرين
3

$$f = \{(1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0)\}$$

قاعدة الاقتران : $f(x) = 0$

$$\text{المجال} = \{1, 2, 3, 4\} \quad \text{المدى} = \{0\}$$



تمرين
4

$$g = \{(0, 0), (1, -1), (2, -2), (3, -3)\}$$

$$\text{المجال} = \{0, 1, 2, 3\} \quad \text{المدى} = \{0, -1, -2, -3\}$$

الدور الثاني 2022

قاعدة الاقتران : $f(x) = -x$



أنواع التطبيقات

ماهي أنواع التطبيقات



أنواع التطبيقات هي شامل ومتباين وتقابل

الجواب

ماهو التطبيق الشامل ومتى يكون



التطبيق الشامل يعني بأن كل عناصر المجال المقابل قد ارتبطت بعناصر المجال

الجواب

أي عندما يكون المدى = المجال المقابل

ملاحظة

1 اذا كان التطبيق مجموعة غير منتهية فغالبا سيكون غير شامل ماعدا $f(x) = x$

أي من $n \rightarrow n$, $z \rightarrow z$, $w \rightarrow w$

حيث ان

$$n = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

مجموعة الاعداد الطبيعية

$$w = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعة الاعداد الكلية

$$z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

مجموعة الاعداد الصحيحة

$R = \{\text{جميع الاعداد الطبيعية و النسبية و غير النسبية الموجبة و السالبة وحتى الصفر}\}$

2 اذا طلب في السؤال ذكر السبب كون التطبيق غير شامل يكون الجواب لان المدى

لايساوي المجال المقابل



Mohammed abdul karim

ماهو التطبيق المتباين ...



الجواب يكون التطبيق متباين عندما يرتبط كل عنصر في المجال المقابل بعنصر واحد فقط من عناصر المجال

ملاحظة

1 لمعرفة التطبيق متباين نلاحظ قيم المدى ... اذا تكرر احد الاعداد في المدى (الناتج)

فهو غير متباين

2 اذا طلب في السؤال ذكر السبب كون التطبيق غير متباين يكون الجواب لانه يوجد

على الأقل عنصر واحد في المجال المقابل ارتبط بأكثر من عنصر في المجال

$$f(x) = f(y) \quad \text{لكن} \quad x \neq y \quad \text{يوجد}$$

او



سؤال ماهو التطبيق التقابلي

الجواب التطبيق التقابلي يعني كل عناصر المجال المقابل قد ارتبطت بعنصر واحد وواحد فقط من عناصر المجال

ملاحظة

1 يكون التطبيق تقابل اذا كان شامل ومتباين

2 عند الإجابة عن نوع التطبيق نذكر التطبيق تقابل بعد ذكر **شامل ومتباين** مثلا التطبيق غير شامل ومتباين وغير تقابل

3 اذا طلب في السؤال ذكر السبب كون التطبيق غير تقابل يكون الجواب **لانه غير شامل** او غير متباين



الحالة الثانية

سوف نقسم هذه الحالة الى ثلاث أجزاء حسب اشكال الأسئلة

الدور الثالث 2021

اولا اذا كان التطبيق من $N \rightarrow N$

نختار القيم $n = \{1, 2, 3, \dots\}$ ونعوضها في العلاقة

مثال

اذا كان $f: N \rightarrow N$ معرف بالشكل $f(x) = 2x + 5$ بين نوع التطبيق

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$f(x) = 2x + 5$$

نعوض قيم n في العلاقة

$$f(1) = 2(1) + 5 = 2 + 5 = 7$$

$$f(2) = 2(2) + 5 = 4 + 5 = 9$$

$$f(3) = 2(3) + 5 = 6 + 5 = 11$$

$$\text{المدى} = \{7, 9, 11, \dots\}$$

التطبيق ليس شامل : لان المدى لا يساوي المجال المقابل

المجموعة غير منتهية

التطبيق متباين

لا يوجد تكرار في المدى

التطبيق ليس تقابل

لانه غير شامل



إذا كان التطبيق $f : N \rightarrow N$ إذ أن $f(x) = 3x + 2$ بين هل أن التطبيق شامل أم لا ؟

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

نعوض قيم n في العلاقة

$$f(x) = 3x + 2$$

$$f(1) = 3(1) + 2 = 5$$

$$f(2) = 3(2) + 2 = 8$$

$$f(3) = 3(3) + 2 = 11$$

$$\text{المدى} = \{5, 8, 11, \dots\}$$

التطبيق ليس شامل : لان المدى لا يساوي المجال المقابل

المجموعة غير منتهية

التطبيق متباين

لا يوجد تكرار في المدى

التطبيق ليس تقابل

لانه غير شامل

تمرين

5

التطبيق من n الى n
غالبا ما يكون غير شامل
ومتباين وغير متقابل

إذا كان التطبيق $f : N \rightarrow N$ إذ أن $f(x) = x^2 + 2$ بين هل أن التطبيق شامل أم لا ؟

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

نعوض قيم n في العلاقة

$$f(x) = x^2 + 2$$

الدور الثاني 2023

$$f(1) = (1)^2 + 2 = 3$$

$$f(2) = (2)^2 + 2 = 6$$

$$f(3) = (3)^2 + 2 = 11$$

$$\text{المدى} = \{3, 6, 11, \dots\}$$

قد تكون صيغة السؤال
بين نوع التطبيق أو هل
التطبيق تقابل... يحل بنفس
الطريقة

التطبيق ليس شامل : لان المدى لا يساوي المجال المقابل

المجموعة غير منتهية

التطبيق متباين

لا يوجد تكرار في المدى

التطبيق ليس تقابل

لانه غير شامل



إذا كان التطبيق $f : N \rightarrow N$ إذ أن $f(x) = 2x + 4$ بين هل أن التطبيق شامل أم لا

ثماني 2022

واجب



$$Z \rightarrow Z$$

ثانياً إذا كان التطبيق من

نختار القيم $z = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ ونعوضها في العلاقة

ملاحظة

غالباً تكون العلاقات من الدرجة الثانية (تربيع) وبالتالي تكون ليس شامله وليس

متباينة وليس تقابل

مثال

الدور الأول 2024

إذا كانت : $f : Z \rightarrow Z$ حيث : $f(x) = 2x^2 - 3$ بين نوع التطبيق حيث Z مجموعة الأعداد

الصحيحة .

$$Z = \{ \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$$

نعوض قيم Z في العلاقة

$$f(x) = 2x^2 - 3$$

انتبه نتخلص أولاً من الأقواس (التربيع) ثم الضرب ثم الجمع والطرح

$$f(0) = 2(0)^2 - 3 = 0 - 3 = -3$$

$$f(1) = 2(1)^2 - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$f(-1) = 2(-1)^2 - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$f(2) = 2(2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$\{-3, -1, 5, \dots\} = \text{المدى}$$

لا تتكرر كتابة الأعداد داخل المجموعة

التطبيق ليس شامل : لان المدى لا يساوي المجال المقابل

المجموعة غير منتهية

التطبيق ليس متباين

يوجد تكرار في المدى

التطبيق ليس تقابل

لانه غير شامل



واجب

بين نوع التطبيق حيث ان $f(x) = 4x^2 - 2$ وكانت $f : Z \rightarrow Z$

ثالثاً

تكون المجموعات غير منتهية مثل $A \rightarrow B$, $X \rightarrow Y$

في هذه الحالة سوف يعطي قيم المجموعات في السؤال

الدور الأول 2019

خارج العراق



مثال

بين نوع التطبيق حيث مجموعة $f(x) = x^2$ حيث $A \rightarrow B$: اذا كانت :

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{1, 4, 9, 6\}$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

نعوض قيم A في العلاقة

$$f(x) = 2^2 = 4$$

$$f(x) = 3^2 = 9$$

$$f(x) = 4^2 = 6$$

$$\text{المدى} = \{1, 4, 9, 6\}$$

لاحظ المدى $B =$ المجال المقابل

التطبيق شامل : لان المدى يساوي المجال المقابل

التطبيق متباين

لا يوجد تكرار في المدى

التطبيق تقابل

لانه شامل ومتباين

ثاني 2023



اذا كانت $f: x \rightarrow y$ تمثل تطبيقاً بقاعدة اقتران $y = \frac{1}{2}x$ من المجموعة $x = \{4, 6, 8\}$

الى المجموعة $y = \{2, 3, 4, 5\}$ بين نوع التطبيق

$$y = \frac{1}{2}x, \quad x = \{4, 6, 8\}$$

نعوض قيم x في العلاقة

$$y = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$y = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$y = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

$$\text{المدى} = \{2, 3, 4\}$$

المدى $y \neq$ المجال المقابل التطبيق ليس شامل : لان المدى لا يساوي المجال المقابل

التطبيق متباين

لا يوجد تكرار في المدى

التطبيق ليس تقابل

لانه غير شامل

بين نوع التطبيق حيث مجموعة $f(x) = 2x + 1$ حيث : $A \rightarrow B$: اذا كانت :

واجب

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{3, 5, 7, 9\}$$

ملاحظة

قد تكون الأسئلة من مجموعة غير منتهية الى مجموعة غير منتهية أخرى مثل

$$f : N \rightarrow Z \quad \text{نتعامل معها مثل حالة } f : N \rightarrow N$$

$$f : Z \rightarrow R \quad \text{نتعامل معها مثل حالة } f : Z \rightarrow Z$$

ملاحظة

قد تكون الأسئلة من مجموعة منتهية الى مجموعة غير منتهية هنا يجب الانتباه الى الملاحظات وتعريف كل من أنواع التطبيقات

تمرين

9

إذا كان $f : A \rightarrow Z$ حيث $f(x) = x^2$ والمجموعة $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ مثل التطبيق في المستوي الاحداثي وبين هل أنه تطبيق تقابل

نعوض بدل قيمة x قيم A

$$f(x) = x^2$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$

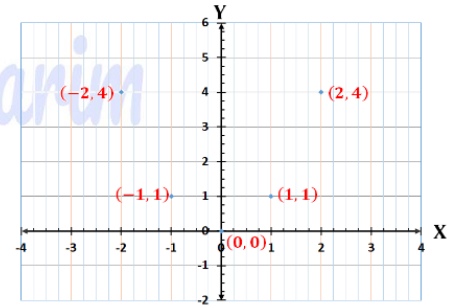
$$f(-1) = (-1)^2 = 1$$

$$f(0) = (0)^2 = 0$$

$$f(1) = (1)^2 = 1$$

$$f(2) = (2)^2 = 4$$

$$\text{المدى} = \{0, 1, 4\}$$



التطبيق ليس شامل : لان المدى لا يساوي المجال المقابل

المدى $Z \neq$

التطبيق ليس متباين

يوجد تكرار في المدى

التطبيق ليس تقابل

لانه غير شامل

$$f = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$$

تركيب التطبيقات

$g \circ f$ وتقرأ g تركيب f

$f \circ g$ وتقرأ f تركيب g

فكرة الموضوع هي وجود علاقيتين نقوم بتركيبهم (دمجهم) للحصول على علاقة واحدة

الطريقة الأولى

مثال اذا كان : $f: n \rightarrow n$ حيث : $f(x) = 3x + 2$ و $g: n \rightarrow n$ حيث : $g(x) =$

$2x + 1$ جد $f \circ g(4)$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

نكتب التركيب بالشكل

$$(f \circ g)(x) = f(2x + 1)$$

نعوض بدل ال g بما يساويها

$$(f \circ g)(x) = 3(2x + 1) + 2$$

نعوض بدل x في العلاقة بقيمة العلاقة g

$$(f \circ g)(x) = 6x + 3 + 2 = 6x + 5$$

$$(f \circ g)(4) = 6(4) + 5 = 24 + 5 = 29$$

نعوض بدل x ب 4



الطريقة الثانية

يمكن استخدام هذه الطريقة ... لكنها ليست اكثر شمولية ... أي يمكن استعمالها فقط

نوفمبر 2019

اذا كان السؤال جد $(g \circ f)(\text{عدد})$ او $(f \circ g)(\text{عدد})$

مثال

إذا كان : $f : N \rightarrow N$ حيث : $f(x) = 2x + 1$ و $g : N \rightarrow N$ حيث : $g(x) = x^2$

جد : $fog(3)$

$$fog(3) = f[x^2] = f[3^2]$$

نعوض العدد 3 في العلاقة بعد علامة التركيب (g)

$$fog(3) = f(9)$$

الناتج من التعويض في العلاقة 9... نقوم بتعويضه في العلاقة f

$$fog(3) = 2(9) + 1 = 19$$



الطريقة الثالثة: سوف نعتمد على هذه الطريقة في حل الأمثلة والتمارين

مثال

إذا كان : $f : n \rightarrow n$ حيث : $f(x) = 3x + 2$ و $g : n \rightarrow n$ حيث : $g(x) = 2x + 1$ جد

$fog(3)$

نسمي العلاقة الأولى f بالعلاقة الرئيسية والعلاقة g بالعلاقة الثانوية

نعوض العلاقة الثانوية $2x + 1$ بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$f(x) = 3x + 2$$

$$g(x) = 2x + 1$$

$$fog(x) = 3(2x + 1) + 2$$

نوزع ال 3 على القوس

$$fog(x) = 6x + 3 + 2$$

$$fog(x) = 6x + 5$$



لا يمكن الجمع

$$fog(4) = 6(4) + 5 = 24 + 5 = 29$$

نعوض بدل قيمة x ب 4

ليكن التطبيقان $f, g: N \rightarrow N$ معرفان بالشكل $f(x) = 3x + 1$ و $g(x) = x^2$

تمهيدي 2019

جد $fog(2)$

نسمي العلاقة الأولى f بالعلاقة الرئيسية والعلاقة g بالعلاقة الثانوية

$$f(x) = 3x + 1$$

$$g(x) = x^2$$

$$fog(x) = 3(x^2) + 1$$

نعوض العلاقة الثانوية x^2 بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$fog(2) = 3(2^2) + 1$$

نعوض بدل قيمة x ب 2

$$fog(2) = 12 + 1$$

$$fog(2) = 13$$

إذا كان $f, g: N \rightarrow N$ معرفان بالشكل $f(x) = 5x + 2$, $g(x) = x + 3$ جد

الدور الثاني 2021

$fog(x)$ ثم جد $fog(3)$

نعوض العلاقة الثانوية بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$f(x) = 5x + 2$$

$$g(x) = x + 3$$

$$fog(x) = 5(x + 3) + 2$$

$$fog(x) = 5x + 15 + 2$$

$$fog(x) = 5x + 17$$

نعوض بدل قيمة x ب 3

$$f \circ g(3) = 5(3) + 17$$

$$f \circ g(3) = 15 + 17$$

$$f \circ g(3) = 32$$

ملاحظة

في موضوع تركيب التطبيقات العبارات $n \rightarrow n$, $z \rightarrow z$

غير مهمة في حل السؤال ... فقط اذا طلب كتابة التركيب بشكل ازواج مرتبه لاحظ المثال

تمرين
7

الدور الاول 2023

اذا كانت $f : N \rightarrow N$ حيث $f(x) = 5x + 2$ وأن $g : N \rightarrow N$ حيث $g(x) = x + 3$

اكتب التطبيق $f \circ g$ بكتابة الأزواج المرتبة لها واكتب مداها وبين نوعها ؟

نسمي العلاقة الأولى f بالعلاقة الرئيسية والعلاقة g بالعلاقة الثانوية

$$f(x) = 5x + 2$$

$$g(x) = x + 3$$

نعوض العلاقة الثانوية $x + 3$ بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$f \circ g(x) = 5(x + 3) + 2$$

نوزل ال 5 على القوس

$$f \circ g(x) = 5x + 15 + 2$$

$$fog(x) = 5x + 17$$

نعوض قيم n في التركيب

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$fog(1) = 5(1) + 17 = 22 \quad (1, 22)$$

$$fog(2) = 5(2) + 17 = 27 \quad (2, 27)$$

$$fog(3) = 5(3) + 17 = 32 \quad (3, 32)$$

$$fog = \{(1, 22), (2, 27), (3, 32), \dots\}$$

الأزواج المرتبة

$$\{22, 27, 32, \dots\} = \text{المدى}$$

التطبيق ليس شامل : لان المدى لا يساوي المجال المقابل

مجموعة غير منتهية

التطبيق متباين

لا يوجد تكرار في المدى

التطبيق ليس تقابل

لانه غير شامل



اذا كانت $f: z \rightarrow z$ حيث $f(x) = 2x + 1$ وأن $g: z \rightarrow z$ حيث $g(x) = 3x + 2$ اكتب

واجب

التطبيق fog بكتابة الأزواج المرتبة لها واكتب مداها وبين نوعها ؟



تصريح

10

ليكن $f: N \rightarrow N$ اذ أن $f(x) = x^2$ و $g: N \rightarrow N$ اذ أن $g(x) = x + 1$ والمطلوب إيجاد

$$1) (gof)(x), (fog)(x)$$

$$2) (fog)(2), (gof)(2)$$

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = x + 1$$

1

نعوض العلاقة الثانوية $x + 1$ بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$fog(x) = (x + 1)^2$$

$$fog(2) = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$$

نعوض بدل قيمة x ب 2

2

$$g(x) = x + 1$$

$$f(x) = x^2$$

نعوض العلاقة الثانوية x^2 بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$gof(x) = x^2 + 1$$

$$gof(x) = 2^2 + 1 = 5$$

نعوض بدل قيمة x ب 2

الحالة الثالثة

وهي حالة خاصة من تركيب التطبيقات ... وهي عملية معكوسة للموضوع السابق

بحيث يعطى في السؤال قيمة تركيب التطبيق ويطلب قيمة x

خطوات الحل ... مشابهة لتركيب التطبيقات مع اختلاف بسيط

مثال

ليكن التطبيقان $f : Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 3x + 1$ وأن $g : A \rightarrow A$ حيث $g(x) = 2x + 5$

جد قيمة x اذا كان : $(fog)(x) = 28$

$$f(x) = 3x + 1$$

$$g(x) = 2x + 5$$

نعوض العلاقة الثانوية $2x + 5$ بأكملها بدلا من x في العلاقة

$$fog(x) = 3(2x + 5) + 1$$

$$fog(x) = 6x + 15 + 1$$

نعوض بدل fog بـ 28

$$28 = 6x + 16$$

نحول الـ 16 على الطرف الآخر ونقلب اشارته

$$-16 + 28 = 6x$$

نقسم طرفي المعادلة على 6

$$12 = 6x$$

$$x = 2$$



إذا كان $f, g: Z \rightarrow Z$ معرفان بالشكل $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 2x + 5$

ثميني 2022

جد قيمة x إذا كانت $gof = 25$

نسمي العلاقة الأولى بالعلاقة الرئيسية والعلاقة f بالعلاقة الثانوية

$$g(x) = 2x + 5$$

$$f(x) = 3x + 1$$

$$gof(x) = 2(3x + 1) + 5$$

نعوض العلاقة الثانوية بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$gof(x) = 6x + 2 + 5$$

$$gof(x) = 6x + 7$$

$$25 = 6x + 7$$

نعوض بدل gof بـ 25

$$-7 + 25 = 6x$$

نحول الـ 7 على الطرف الآخر ونقلب اشارته

$$6x = 18 \rightarrow x = 3$$

إذا كان $f, g: R \rightarrow R$ معرفان بالشكل $f(x) = 4x - 1$, $g(x) = x + 2$

الدور الثاني 2022

جد قيمة x إذا كانت $fog = 27$

$$f(x) = 4x - 1$$

$$g(x) = x + 2$$

نعوض العلاقة الثانوية بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$fog(x) = 4(x + 2) - 1$$

$$fog(x) = 4x + 8 - 1$$

$$fog(x) = 4x + 7$$

نعوض بدل fog ب 27

$$27 = 4x + 7$$

نحول ال 7 على الطرف الآخر ونقلب اشارته

$$-7 + 27 = 4x$$

$$4x = 20 \rightarrow x = 5$$



الدور الثالث 2023

إذا كان $f, g: R \rightarrow R$ معرفان بالشكل $f(x) = 4x - 3$, $g(x) = x + 5$ جد قيمة

x إذا كانت $fog = 41$

$$f(x) = 4x - 3$$

$$g(x) = x + 5$$

نعوض العلاقة الثانوية بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$fog(x) = 4(x + 5) - 3$$

$$fog(x) = 4x + 20 - 3$$

$$fog(x) = 4x + 17$$

نعوض بدل fog ب 41

$$41 = 4x + 17$$

نحول ال 17 على الطرف الاخر ونقلب اشارته

$$-17 + 41 = 4x$$

$$4x = 24 \rightarrow x = 6$$



إذا كان $f, g: Z \rightarrow Z$ معرفان بالشكل $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x + 2$ جد قيمة x إذا كانت $fog = 11$

ثوميني 2024

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g(x) = x + 2$$

$$fog(x) = 2(x + 2) - 1$$

$$fog(x) = 2x + 4 - 1$$

$$fog(x) = 4x + 3$$

$$11 = 4x + 3$$

$$-3 + 11 = 4x$$

$$4x = 8 \rightarrow x = 2$$



إذا كان $f, g: Z \rightarrow Z$ معرفان بالشكل $f(x) = 4x + 4$, $g(x) = 2x - 2$ جد قيمة x إذا كانت $gof = 32$

واجب

جد قيمة x إذا كانت $gof = 32$



إذا كان $f, g: Q \rightarrow Q$ معرفان بالشكل $f(x) = 4x + 1$, $g(x) = \frac{1}{3}x^2 - 1$ جد

ثوميني 2021

واجب

قيمة x إذا كانت $fog(x) = 45$

إذا كان $f, g: R \rightarrow R$ معرفان بالشكل $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 3x$ هل

$fog = gof$ ثم جد قيمة x إذا كانت $fog = 19$

نسمي العلاقة الأولى f بالعلاقة الرئيسية والعلاقة g بالعلاقة الثانوية

تصريح
11

$$f(x) = 2x + 1$$

$$g(x) = 3x$$

$$fog(x) = 2(3x) + 1$$

$$fog(x) = 6x + 1$$



$$g(x) = 3x$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$fog(x) = 3(2x + 1)$$

نعوض بدل قيمة x ب $2x+1$

$$fog(x) = 6x + 3$$

اذن $fog \neq gof$

$$fog(x) = 2(3x) + 1$$

نعوض بدل قيمة x ب $3x$

$$fog(x) = 6x + 1$$

$$19 = 6x + 1$$

$$-1 + 19 = 6x$$

$$6x = 18 \rightarrow x = 3$$

إذا كان $f, g: R \rightarrow R$ معرفان بالشكل $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 2x + 5$ بين هل

الدور الأول 2022

$$f \circ g = g \circ f$$

نسمي العلاقة الأولى f بالعلاقة الرئيسية والعلاقة g بالعلاقة الثانوية

$$f(x) = 3x + 1$$

$$g(x) = 2x + 5$$

نعوض العلاقة الثانوية بأكملها بدلا من x في العلاقة الرئيسية

$$f \circ g(x) = 3(2x + 5) + 1$$

$$f \circ g(x) = 6x + 15 + 1 = 6x + 16$$

$$g(x) = 2x + 5$$

$$f(x) = 3x + 1$$

$$g \circ f(x) = 2(3x + 1) + 5$$

$$g \circ f(x) = 6x + 2 + 5$$

$$g \circ f(x) = 6x + 7$$

$$f \circ g \neq g \circ f$$

واجب : جد قيمة x عندما $f \circ g(x) = 28$



تدرب وحل المسائل الحياتية

تمرين

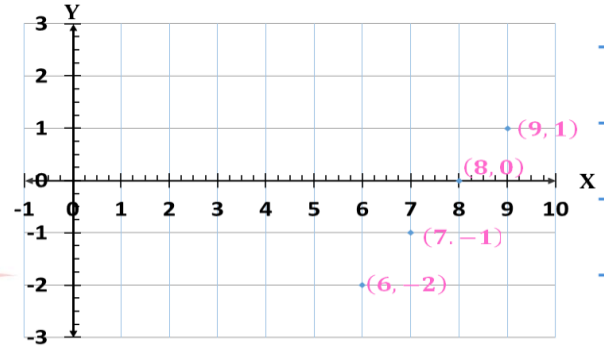
11

درجات الحرارة : سجلت درجات الحرارة في أحد أيام الشتاء بالعلاقة التالية :

الثاني درجة الحرارة بالدرجات السيليزية . مثل العلاقة بجدول ومثلها بالمستوي الاحداثي

بيانيا هل تمثل العلاقة تطبيقا أم لا ؟

(X) الوقت	6	7	8	9
(Y) درجة الحرارة	-2	-1	0	1



العلاقة تمثل تطبيقا لأن كل عنصر من عناصر X

يرتبط بعنصر واحد من عناصر Y

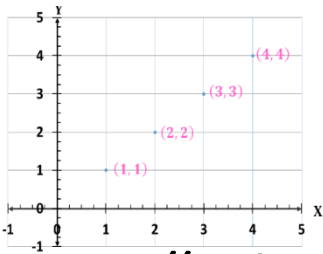


تمرين 12

المستوي الاحداثي : الشكل البياني المجاور يمثل تطبيق $f : N \rightarrow N$ اكتب احداثيات

الأزواج المرتبة التي تمثلها نقاط التطبيق في البياني واكتب قاعدة اقتران

التطبيق وهل التطبيق متباين أم لا ؟



الأزواج المرتبة $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

قاعدة الاقتران : $f(x) = x$

التطبيق متباين لأن $f(1) \neq f(2)$ بينما $1 \neq 2$ ((النواتج مختلفة))



تمرين 13

الصحة : العلاقة $W_r = 2 \left(\frac{W_b}{3} \right)$ تمثل كتلة الماء في جسم الانسان اذ W_r تمثل وزن

الماء و W_b تمثل كتلة الانسان , كتلة حسان 150kg استعمل نظام خاص بانقاص الوزن

لمدة ثلاثة أشهر ففقد من كتلته 6kg في الشهر الأول ثم 12kg في الشهر الثاني ,

12kg في الشهر الثالث . اكتب جميع الأزواج المرتبة للعلاقة بين كتلة حسان وكتلة الماء في جسمه , هل تمثل تطبيقاً أم لا , واكتب المجال والمدى له .

$$W_r = 2 \left(\frac{W_b}{3} \right) , W_b = \begin{cases} 150 - 6 = 144 \\ 144 - 12 = 132 \\ 132 - 12 = 120 \end{cases}$$

كتلة حسان بعد الشهر الاول
كتلة حسان بعد الشهر الثاني
كتلة حسان بعد الشهر الثالث

$$W_r(150) = 2 \left(\frac{150}{3} \right) = 2(50) = 100$$

كتلة الماء في جسم حسان قبل النظام

$$W_r(144) = 2 \left(\frac{144}{3} \right) = 2(48) = 96$$

كتلة الماء في الشهر الاول

$$W_r(132) = 2 \left(\frac{132}{3} \right) = 2(44) = 88$$

كتلة الماء في الشهر الثاني

$$W_r(120) = 2 \left(\frac{120}{3} \right) = 2(40) = 80$$

كتلة الماء في الشهر الثالث

الأزواج المرتبة $f = \{(150, 100), (144, 96), (132, 88), (120, 80)\}$

يمثل تطبيقاً لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المجال المقابل .



الدور الاول 2022

تصريف
14

تحد : اذا كانت $A = \{1, 2, 3\}$ وكان $f : A \rightarrow A$ و $g : A \rightarrow A$ معرفان كما يلي :

$f = \{(1, 3), (3, 3), (2, 3)\}$, $g = \{(3, 1), (1, 2), (2, 3)\}$ بين هل أن :

$f \circ g = g \circ f$ ؟

سوف نستخدم الطريقة الأولى لحل هذا السؤال

من السؤال نستنتج بان

$f(1) = 3$	$f(2) = 3$	$f(3) = 3$
$g(3) = 1$	$g(1) = 2$	$g(2) = 3$

$$f \circ g(1) = f[g(1)] = f(2) = 3$$

1) نكتب التركيب بالشكل (2) نستخرج قيمة $g(1)$ من الجدول والتي تساوي 2

3) نعوض ال 2 في العلاقة f فتصبح $f(2)$ التي نستخرج قيمتها من الجدول

وتساوي 3 وهكذا بالنسبة للبقية

$$f \circ g(2) = f[g(2)] = f(3) = 3$$

$$f \circ g(3) = f[g(3)] = f(1) = 3$$

$$g \circ f(1) = g[f(1)] = g(3) = 1$$

$$g \circ f(2) = g[f(2)] = g(3) = 1$$

$$g \circ f(3) = g[f(3)] = g(3) = 1$$

$$f \circ g(x) \neq g \circ f(x)$$



أصح الخطأ : قال ياسين أن العلاقة $f : Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = x^3$ لا تمثل تطبيقاً

متبايناً . حدد خطأ ياسين وصححه .

$$f(x) = x^3, \quad x = Z = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$f(-2) = (-2)^3 = -8$$

$$f(-1) = (-1)^3 = -1$$

$$f(0) = (0)^3 = 0$$

$$f(1) = (1)^3 = 1$$

$$f(2) = (2)^3 = 8$$

التطبيق متباين لأن $f(-1) \neq f(1)$ بينما $-1 \neq 1$ ((النواتج مختلفة))

تمرين

16

حس عددي : حدد ما اذا كانت كل علاقة فيما يلي تمثل تطبيقا أم لا ؟ فسر ذلك .

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11

العلاقة تمثل تطبيق لأن كل عنصر من X يرتبط بعنصر واحد من Y

اكتب: ليكن التطبيق $f : N \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 4x - 3$ اذا كان $(f \circ f)(x) = 33$ فجد

قيمة x

$$f \circ f(x) = 4(4x - 3) - 3$$

$$f \circ f(x) = 16x - 12 - 3$$

$$f \circ f(x) = 16x - 15$$

$$33 = 16x - 15$$

$$15 + 33 = 16x$$

$$48 = 16x \rightarrow x = 3$$



المتابعات

تعريف : عبارة عن ترتيب لمجموعة من الاعداد التي تتبع عادة او نمط او قاعدة محددة

لاحظ بأن قيم المدى التي درسناها سابقا تمثل متتابعة لانها تعتمد على قاعدة محددة وهي قاعدة الاقتران (العلاقة التي عوضنا بها)

الحالة الاولى

في هذه الحالة يعطى الحد العام ويطلب كتابة الحدود الخمسة الأولى

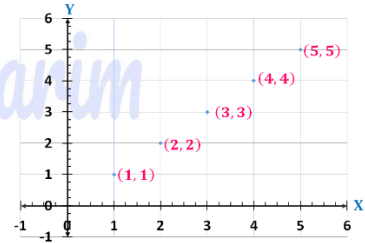
مثال

اكتب الأزواج المرتبة الخمسة الأولى للمتتابعة $\{u_n\}$ ومثلها في المستوي الاحداثي :

$$u_n = n$$

$$u_1 = 1 , u_2 = 2 , u_3 = 3$$

$$u_4 = 4 , u_5 = 5$$

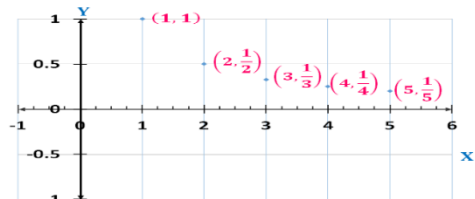


الأزواج المرتبة $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$



$$u_n = \frac{1}{n}$$

$$u_1 = \frac{1}{1} = 1 , u_2 = \frac{1}{2} , u_3 = \frac{1}{3}$$



الأزواج المرتبة (x, y)
الاحداثي x يمثل القيمة
التي اخترناها والاحداثي
 y يمثل الناتج

$$u_4 = \frac{1}{4} , u_5 = \frac{1}{5}$$

$$\left\{ (1, 1), \left(2, \frac{1}{2}\right), \left(3, \frac{1}{3}\right), \left(4, \frac{1}{4}\right), \left(5, \frac{1}{5}\right) \right\}$$

مثال

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية :

$$u_n = \{2n - 1\}$$

$$u_1 = 2(1) - 1 = 1$$

$$, u_2 = 2(2) - 1 = 3$$

$$u_3 = 2(3) - 1 = 5$$

$$, u_4 = 2(4) - 1 = 7$$

$$u_5 = 2(5) - 1 = 9$$

المتتابعة هي : $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$$\{u_n\} = (-1)^n$$

$$u_1 = (-1)^1 = -1$$

$$, u_2 = (-1)^2 = 1$$

$$u_3 = (-1)^3 = -1$$

$$, u_4 = (-1)^4 = 1$$

$$u_5 = (-1)^5 = -1$$

المتتابعة هي : $\{-1, 1, -1, 1, -1\}$

الإشارة السالبة إذا كان
الاس زوجي سوف
تختفي أما إذا كان الاس
فردى ستبقى

$$\{u_n\} = n^2$$

$$u_1 = (1)^2 = 1$$

$$, u_2 = (2)^2 = 4$$

$$u_3 = (3)^2 = 9$$

$$, u_4 = (4)^2 = 16$$

$$u_5 = (5)^2 = 25$$

المتتابعة هي: $\{1, 4, 9, 16, 25\}$



$$\{u_n\} = \frac{n}{3}$$

مثال

$$u_1 = \frac{1}{3}, \quad u_2 = \frac{2}{3}, \quad u_3 = \frac{3}{3} = 1$$

$$u_4 = \frac{4}{3}, \quad u_5 = \frac{5}{3}$$

المتتابعة هي: $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right\}$



مثال

$$\{u_n\} = n^3$$

$$u_1 = (1)^3 = 1, \quad u_2 = (2)^3 = 8$$

$$u_3 = (3)^3 = 27, \quad u_4 = (4)^3 = 64$$

$$u_5 = (5)^3 = 125$$

المتتابعة هي: $\{1, 8, 27, 64, 125\}$



اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى

تمرين

1

$$u_n = 3n$$

$$u_1 = 3(1) = 3, \quad u_2 = 3(2) = 6$$

$$u_3 = 3(3) = 9, \quad u_4 = 3(4) = 12$$

لأزواج المرتبة : $\{(1, 3), (2, 6), (3, 9), (4, 12)\}$



تعرين

$$u_n = n - 4$$

2

$$u_1 = 1 - 4 = -3, \quad u_2 = 2 - 4 = -2$$

$$u_3 = 3 - 4 = -1, \quad u_4 = 4 - 4 = 0$$

الأزواج المرتبة : $\{(1, -3), (2, -2), (3, -1), (4, 0)\}$



$$u_n = n^2$$

3

$$u_1 = (1)^2 = 1, \quad u_2 = (2)^2 = 4$$

$$u_3 = (3)^2 = 9, \quad u_4 = (4)^2 = 16$$

الأزواج المرتبة : $\{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)\}$



$$u_n = \frac{1}{2n}$$

4

$$u_1 = \frac{1}{2(1)} = \frac{1}{2}, \quad u_2 = \frac{1}{2(2)} = \frac{1}{4}$$

$$u_3 = \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6}, \quad u_4 = \frac{1}{2(4)} = \frac{1}{8}$$

الأزواج المرتبة : $\{(1, \frac{1}{2}), (2, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{6}), (4, \frac{1}{8})\}$

$$u_n = 3n - 1$$

5

$$u_1 = 3(1) - 1 = 2 ,$$

$$u_2 = 3(2) - 1 = 5$$

$$u_3 = 3(3) - 1 = 8 ,$$

$$u_4 = 3(4) - 1 = 11$$

الأزواج المرتبة : $\{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)\}$

في التمارين الخمسة السابقة نقوم بالتعويض بدلا من قيمة n بالاعداد من 1 الى 5 بحيث تكون قيم التعويض هي المسقط الأول للزوج المرتب x و الناتج هو المسقط الثاني للزوج المرتب y



ملاحظة

لتمييز هذه الحالة عن الحالات القادمة يذكر في السؤال عبارة حدها العام ... كذلك

المتابعة لا يذكر بانها متابعة حسابية



اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متابعة من المتابعات الآتية :

تمرين

12

$$\{u_n\} = 4n$$

$$u_1 = 4(1) = 4 ,$$

$$u_2 = 4(2) = 8 ,$$

$$u_3 = 4(3) = 12$$

$$u_4 = 4(4) = 16 ,$$

$$u_5 = 4(5) = 20$$

المتابعة : $\{4, 8, 12, 16, 20\}$



$$\{u_n\} = 2n - 5$$

13

$$u_1 = 2(1) - 5 = 2 - 5 = -3$$

$$u_2 = 2(2) - 5 = 4 - 5 = -1$$

$$u_3 = 2(3) - 5 = 6 - 5 = 1$$

توبي 2022

$$u_4 = 2(4) - 5 = 8 - 5 = 3$$

$$u_5 = 2(5) - 5 = 10 - 5 = 5$$

المتتابعة: $\{-3, -1, 1, 3, 5\}$



$$\{u_n\} = \frac{1}{n+1}$$

14

$$u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}, \quad u_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}, \quad u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$$

$$u_4 = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}, \quad u_5 = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$$

المتتابعة: $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\right\}$



تمرين

$$\{u_n\} = 9$$

15

$$u_1 = 9, \quad u_2 = 9, \quad u_3 = 9, \quad u_4 = 9, \quad u_5 = 9$$

المتتابعة: $\{9, 9, 9, 9, 9\}$

العلاقة أعلاه تسمى بالعلاقة الثابتة أي ان كل عدد نعوضه فيها يبقى الناتج ثابت



اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى

تمرين

$$u_n = 10 - 4n$$

16

$$u_1 = 10 - 4(1) = 10 - 4 = 6$$

$$u_2 = 10 - 4(2) = 10 - 8 = 2$$

$$u_3 = 10 - 4(3) = 10 - 12 = -2$$

$$u_4 = 10 - 4(4) = 10 - 16 = -6$$

الأزواج المرتبة: $\{(1, 6), (2, 2), (3, -2), (4, -6)\}$



تمرين

17

$$u_n = \frac{1}{3n + 1}$$

$$u_1 = \frac{1}{3(1) + 1} = \frac{1}{3 + 1} = \frac{1}{4}$$

$$u_2 = \frac{1}{3(2) + 1} = \frac{1}{6 + 1} = \frac{1}{7}$$

$$u_3 = \frac{1}{3(3) + 1} = \frac{1}{9 + 1} = \frac{1}{10}$$

$$u_4 = \frac{1}{3(4) + 1} = \frac{1}{12 + 1} = \frac{1}{13}$$

$$\left\{ \left(1, \frac{1}{4}\right), \left(2, \frac{1}{7}\right), \left(3, \frac{1}{10}\right), \left(4, \frac{1}{13}\right) \right\}$$



$$u_n = \frac{-2n}{n + 1}$$

تمهيدي 2021

$$u_1 = \frac{-2(1)}{(1) + 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$u_2 = \frac{-2(2)}{(2) + 1} = \frac{-4}{3}$$

$$u_3 = \frac{-2(3)}{(3) + 1} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

$$u_4 = \frac{-2(4)}{(4) + 1} = \frac{-8}{5}$$

$$u_5 = \frac{-2(5)}{(5) + 1} = \frac{-10}{6} = \frac{-5}{3}$$

الأزواج المرتبة : $\left\{-1, \frac{-4}{3}, \frac{-3}{2}, \frac{-8}{5}, \frac{-5}{3}\right\}$

$$u_n = \frac{n}{n+2}$$

$$u_n = 9 - 3n$$

واجب

فهيدي 2023

الدور الثالث 2023

المتابعة الحسابية

هي المتابعة التي يكون فيها الفرق بين كل حدين متتالين عددا ثابتا ويسمى أساس

المتابعة ويرمز بالرمز $d = u_{n+1} - u_n$ أي أن ((الأساس $d = \text{الحد الثاني} - \text{الحد الأول}$))

ويمكن كتابة المتابعة بمعرفة حدها الأول $a = u_1$ وأساسها d . حيث n تمثل عدد حدود

المتابعة.



ما هو الفرق بين المتابعة الحسابية والغير حسابية

سهل

لاحظ الشرح

الجواب

(3 , 5 , 9 , 14 , 15)

(2 , 4 , 6 , 8 , 10)

هذه المتتابة ليست حسابية وذلك
لان حصل طرح أي حد من الحد الذي
قبلة ليس مقدار ثابت مثلا
 $15 - 14 = 1$, $9 - 5 = 4$

هذه متتابة حسابية لان لو طرحنا
كل حد من الحد اللي قبله سوف يكون
نفس الناتج وهو العدد 2 والذي
يسمى الاساس (d)

قانون المتتابة الحسابية

$$u_n = a + (n - 1) d$$

ما المقصود ب u_n , n , a , d

تابع الشرح



نأخذ هذه المتتابة كمثال (2 , 4 , 6 , 8 , 10)

عند طرح اي حد من الحد الذي قبله يكون الناتج 2 وبالتالي هذا الناتج يسمى الأساس

ويرمز له d

انتبه للرقم المضلل تسلسله بالمتتابة هو الرابع . اذن $n = 4$

a هو الحد الأول ويساوي 2

الرقم المضلل اللي هو الحد الرابع قيمته نرمز لها u_n . اذن $u_4 = 8$

ملاحظة

لايجاد أي متتابعة حسابية لابد من توفر عنصرين هما الحد الأول والاساس



الحالة الثانية

في الحالة يكون الأساس والحد الأول معلومان ... أي لا نحتاج استخدام القانون

مثال

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الحسابية الآتية :

متتابعة حسابية الحد الأول فيها (3) وأساسها (6) .

لايجاد المتتابعة الحسابية اذا علم حدها الأول والاساس نستخدم

$$a = u_1 \rightarrow u_2 = u_1 + d \rightarrow u_3 = u_2 + d \dots \dots \dots u_n$$

طريقة الحد

ناخذ الحد الأول ونضيف له الأساس أي $3 + 6$ الناتج يكون 9 اذن

حصلنا على الحد الثاني ... اضيف مره أخرى الأساس للحصول على الحد

الثالث فيكون الناتج 15 ... وهكذا

المتتابعة هي : $\{3, 9, 15, 21, 27\}$



مثال

جد المتتابعة الحسابية التي حدها الأول (1) وأساسها (-3) .

$\{1, -2, -5, -8, -11\}$ المتتابعة

انتبه الأساس سالب

$$1 - 3 = -2 \rightarrow -2 - 3 = -5 \rightarrow -5 - 3 = -8$$

تمرين

6

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية

متتابعة حسابية الحد الأول فيها (1) وأساسها (5)

$$a = u_1 = 1, \quad d = 5$$

$$u_2 = u_1 + d = 1 + 5 = 6$$

$$u_3 = u_2 + d = 6 + 5 = 11$$

$$u_4 = u_3 + d = 11 + 5 = 16$$

$$u_5 = u_4 + d = 16 + 5 = 21$$

المتتابعة الحسابية : $\{1, 6, 11, 16, 21\}$



متتابعة حسابية الحد الأول فيها (-5) وأساسها (2)

$$a = u_1 = -5, \quad d = 2$$

$$u_2 = u_1 + d = -5 + 2 = -3$$

$$u_3 = u_2 + d = -3 + 2 = -1$$

$$u_4 = u_3 + d = -1 + 2 = 1$$

$$u_5 = u_4 + d = 1 + 2 = 3$$

المتتابعة الحسابية : $\{-5, -3, -1, 1, 3\}$



متتابعة حسابية الحد الأول فيها (-3) وأساسها (-4)

$$a = u_1 = -3, \quad d = -4$$

$$u_2 = u_1 + d = -3 - 4 = -7$$

تمرين

7

الدور الثالث 2021

تمرين

8

$$u_3 = u_2 + d = -7 - 4 = -11$$

$$u_4 = u_3 + d = -11 - 4 = -15$$

$$u_5 = u_4 + d = -15 - 4 = -19$$

المتابعة الحسابية : $\{-3, -7, -11, -15, -19\}$



جد الحد السابع للمتابعة الحسابية التي حدها الأول 5 وأساسها 2

الدور الثاني 2019

$$a = u_1 = 5, \quad d = 2$$

$$u_2 = u_1 + d = 5 + 2 = 7$$

$$u_3 = u_2 + d = 7 + 2 = 9$$

$$u_4 = u_3 + d = 9 + 2 = 11$$

$$u_5 = u_4 + d = 11 + 2 = 13$$

$$u_6 = u_5 + d = 13 + 2 = 15$$

$$u_7 = u_6 + d = 15 + 2 = 17$$

اذن $u_7 = 17$



الحالة الثانية

في هذه الحالة يكون الحد الأول مجهول وسنقسمه الى ثلاثة أنواع حسب الحدود

المطلوبة والتي تكون نفس طريقة الحل تقريبا

أولا

ثاني 2019

إذا كان السؤال جد الحدود الخمسة الأولى

مثال

جد الحدود الخمسة الأولى لمتابعة حسابية حدها السابع (36) وأساسها (4)

$$un = a + (n - 1)d$$

$$36 = a + (7 - 1)(4)$$

نعوض المعلومات في القانون

$a = ?$ الحد الأول

$n = 7$ كتابة

$$36 = a + 24$$

نقلب ال 24 على الطرف الثاني و نقلب اشارته

$un = 36$ رقم

$$36 - 24 = a$$

$d = 4$ الأساس

$$a = 12$$

بعد ان استخرجنا الحد الأول نستخدم الحالة الثانية لايجاد بقية الحدود

$$\{12, \quad 16, \quad 20, \quad 24, \quad 28\}$$



سؤال كيف اميز بين قيمة n وقيمة un في السؤال



الجواب قيمة n تأتي بشكل كتابة مثل رابع وخامس وسادس اما قيمة un تأتي

بشكل عدد مثل 3

مثال

جد الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية حدها العاشر (48) وأساسها (4)

الدور الاول 2024

$$un = a + (n - 1)d$$

$$48 = a + (10 - 1)(4)$$

نعوض المعلومات في القانون

$a = ?$ الحد الأول

$n = 10$ كتابة

$$48 = a + 36$$

نقلب ال 36 على الطرف الثاني و نقلب اشارته

$un = 48$ رقم

$$48 - 36 = a$$

الأساس $d = 4$

$$a = 12$$

بعد ان استخرجنا الحد الأول نستخدم الحالة الثانية لايجاد بقية حدود

+4 +4 +4 +4
{12, 16, 20, 24, 28}



تصريح

18 اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة الآتية :

متتابعة حسابية حدها السابع فيها $\left(\frac{1}{24}\right)$ وأساسها $\left(\frac{1}{3}\right)$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

نعوض المعلومات

$$a = ? \text{ الحد الأول}$$

$$\frac{1}{24} = a + (7 - 1)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$n = 7 \text{ كتابة}$$

$$\frac{1}{24} = a + 6 \times \frac{1}{3}$$

$$un = \frac{1}{24} \text{ رقم}$$

$$\frac{1}{24} = a + 2$$

$$d = \frac{1}{3} \text{ الأساس}$$

نقلب ال 2 على الطرف الثاني و نقبل اشارته

$$a = \frac{1}{24} - 2 = \frac{1 - 48}{24} = \frac{-47}{24}$$

$$\left\{ \frac{-47}{24}, \frac{-39}{24}, \frac{-31}{24}, \frac{-23}{24}, \frac{-15}{24} \right\} \text{ المتتابعة :}$$



واجب

جد الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة الحسابية التي حدها الثاني 3 واساسها 3

جد الحدود الخمسة للمتتابعة الحسابية التي حدها الثالث -8 واساسها 2

ثانياً يطلب في السؤال حداً معين مثل الحد الخامس او العاشر وهكذا

جد الحد الرابع لمتتابعة حسابية حدها السابع (12) وأساسها (-2)

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$12 = a + (7 - 1)(-2)$$

نعوض المعلومات في القانون

$$a = ? \text{ الحد الأول}$$

$$n = 7 \text{ كتابة}$$

$$u_n = 12 \text{ رقم}$$

$$d = -2 \text{ الأساس}$$

$$12 = a - 12$$

نقلب ال 12 على الطرف الثاني و نقلب اشارته

$$12 + 12 = a$$

$$a = 24$$

بعد ان استخرجنا الحد الأول نستخدم الحالة الثانية لإيجاد بقية حدود

$$\{24, \overset{-2}{22}, \overset{-2}{20}, \overset{-2}{18}\}$$

$$u_4 = 18 \text{ اذن}$$

واجب جد الحد التاسع والحد الخامس عشر للمتتابعة الحسابية التي حدها الثاني 2 واساسها 2

ثالثاً

يطلب حدود واقعة بين حدود معينة

متتابعة حسابية حدها الثالث (8) و $d = -3$ جد الحدود بين u_7, u_{11}

المطلوب الحدود بين u_7, u_{11} وهي u_8, u_9, u_{10}

$$a = ? \text{ الحد الأول}$$

$$n = 3 \text{ كتابة}$$

$$u_n = 8 \text{ رقم}$$

$$d = -3 \text{ الأساس}$$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$8 = a + (3 - 1)(-3)$$

$$8 = a - 6$$

$$a = 8 + 6 = 14$$

نقلب ال 6 على الطرف الثاني و نقلب اشارته

$$\text{المتتابعة} = \{ 14, 11, 8, 5, 2, -1, -4, -7, -10, -13 \}$$

$$u_8 = -7 \quad u_9 = -10 \quad u_{10} = -13$$

$$u_8 = -7 \quad u_9 = -10 \quad u_{10} = -13$$

من الممكن استخدام القانون مرة أخرى وأستخراج الحدود المطلوبة



جد الحدود بين u_8 و u_{12} للمتتابعة الحسابية حدها الثالث (9) و $d = -2$

المطلوب الحدود بين u_8 و u_{12} وهي u_9, u_{10}, u_{11}

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$a = ?$ الحد الأول

$$9 = a + (3 - 1)(-2)$$

$n = 3$ كتابة

$$9 = a - 4$$

نقلب ال 4 على الطرف الثاني و نقلب اشارته

$un = 9$ رقم

$$9 + 4 = a$$

$d = -2$ الأساس

$$13 = a$$

تصريح
9

$$\text{المتتابعة} = \{ 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5, -7 \}$$

$$u_9 = 1, u_{10} = -1, u_{11} = -3$$

$$u_9 = -3, u_{10} = -5, u_{11} = -7$$



تمرين

10

جد الحدود بين u_6 و u_{10} لمتتابعة حسابية حدها السادس (-11) و $d = -3$

الدور الثاني 2021

المطلوب الحدود بين u_{10}, u_{62} وهي u_7, u_8, u_9

الدور الثالث 2019

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$-11 = a + (6 - 1)(-3)$$

$$-11 = a - 15$$

$$a = -11 + 15 = 4$$

$a = ?$ الحد الأول

$n = 6$ كتابة

$un = -11$ رقم

$d = -3$ الأساس

نقلب الـ 15 على الطرف الثاني و نقلب اشارته

$\{-20, -17, -14, -11, -8, -5, -2, 1, 4\}$ المتتابعة

$$u_7 = -14, u_8 = -17, u_9 = -20$$

u_7, u_8, u_9



تمرين

19

جد الحدود بين u_{10} و u_{13} لمتتابعة حسابية حدها السابع $\left(\frac{13}{2}\right)$ و $d = 1$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$\frac{13}{2} = a + (7 - 1)(1)$$

$a = ?$ الحد الأول

$n = 7$ كتابة

$un = \frac{13}{2}$ رقم

$d = 1$ الأساس

$$\frac{13}{2} = a + 6$$

في هذه الحالة يفضل استخدام القانون مرة أخرى بسبب الكسور

$$a = \frac{13}{2} - 6 = \frac{13 - 12}{2} = \frac{1}{2}$$

$$u_{11} = \frac{1}{2} + (11 - 1)(1) = \frac{1}{2} + 10 = \frac{1 + 20}{2} = \frac{21}{2}$$

$$u_{12} = \frac{1}{2} + (12 - 1)(1) = \frac{1}{2} + 11 = \frac{1 + 22}{2} = \frac{23}{2}$$

$$\left\{ u_{11} = \frac{21}{2}, u_{12} = \frac{23}{2} \right\}$$



تمرين

20

جد الحدود بين u_{20} و u_{23} لمتتابعة حسابية حدها الثاني (0) و $d = -1$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$a = ?$ الحد الأول

$$0 = a + (2 - 1)(-1)$$

$n = 2$ كتابة

$$0 = a - 1$$

$un = 0$ رقم

$$a = 1$$

$d = -1$ الأساس

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$u_{21} = 1 + (21 - 1)(-1) = 1 + (20)(-1) = 1 - 20 = -19$$

$$u_{22} = 1 + (22 - 1)(-1) = 1 + (21)(-1) = 1 - 21 = -20$$

$$\{u_{21} = -19, u_{22} = -20\}$$

جد الحدود بين u_{12} و u_{16} لمتتابعة حسابية حدها الرابع (7) و $d = -2$

الدور الثاني 2022

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$7 = a + (4 - 1)(-2)$$

$$7 = a - 6$$

$$6 + 7 = a$$

$$a = 13$$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$u_{13} = 13 + (13 - 1)(-2) = 13 - 24 = -11$$

$$u_{14} = u_{13} + d = -11 - 2 = -13$$

$$u_{15} = u_{14} + d = -13 - 2 = -15$$

$a = ?$ الحد الأول

$n = 4$ كتابة

$un = 7$ رقم

$d = -2$ الأساس



واجب

جد الحدود بين u_2 , u_6 لمتتابعة حسابية حدها الثاني $\frac{9}{5}$ و أساسها $d = 2$

جد الحدود بين u_3 , u_8 لمتتابعة حسابية حدها الثاني $\frac{-3}{2}$ و أساسها $d = 2$

جد الحدود بين u_4 , u لمتتابعة حسابية حدها الثالث 6 و أساسها $d = \frac{-5}{2}$

أنواع المتتابعة الحسابية

- متزايدة اذا كان الأساس d اكبر من صفر (موجب)
- متناقصة اذا كان الأساس d اصغر من صفر (سالب)
- ثابتة اذا كان الأساس d يساوي صفر



الحالة الرابعة

فبراير 2024

في هذه الحالة يعطي المتتابعة ويطلب حد مجهول

(في هذه الحالة الحد الأول معلوم (a))

جد الحد العشرين من المتتابعة الحسابية $\{6, 1, -4, -9, \dots\}$ وحدد ما

اذا كانت المتتابعة متناقصة أم متزايدة ؟

ذكرنا سابقا من المهم معرفة الحد الأول والاساس لمعرفة أي حد مجهول ... في هذا المثال الحد الأول معلوم 6 لكن الأساس غير موجود

$$d = 6 - 1 = 5$$

الأساس هو حاصل طرح أي حد من الحد الذي قبله

$$a = 6 \text{ الحد الأول}$$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

نعوض المعلومات

$$n = 20 \text{ كتابة}$$

$$u_{20} = 6 + (20 - 1)(-5)$$

$$un = ?$$

$$u_{20} = 6 + (19)(-5)$$

$$d = 5 \text{ الأساس}$$

$$u_{20} = 6 - 95 = -89$$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$



ملاحظة

في المثال أعلاه من الممكن إضافة الأساس الى الحد الأول والاستمرار الى أن نصل

الى الحد المطلوب دون استخدام القانون



كيف يمكن ان استخراج قيمة الأساس اذا كانت المتتابعة الحسابية معلومة

**سؤال
الجواب**

نستخرج الأساس حسب التعريف (حاصل طرح أي حد من الحد الذي قبله)

الدور الأول 2021



أكتب الحد الثالث والعشرين من المتتابعة الحسابية $\{-3, -1, -5, -9, \dots\}$

$$d = -1 - 3 = -4$$

الأساس هو حاصل طرح أي حد من الحد الذي قبله

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$a = -3 \text{ الحد الأول}$$

$$u_{23} = 3 + (23 - 1)(-4)$$

$$n = 23 \text{ كتابة}$$

$$u_{23} = 3 + (22)(-4)$$

$$un = ?$$

$$u_{23} = 3 - 88$$

$$d = -4 \text{ الأساس}$$

$$u_{23} = -85$$



ثوميني 2022

جد الحد العاشر للمتتابعة الحسابية $\{14, 11, 8, 5, \dots\}$

$$d = 11 - 14 = -3$$

الأساس هو حاصل طرح أي حد من الحد الذي قبله

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$u_{10} = 14 + (10 - 1)(-3)$$

$$u_{10} = 14 + (9)(-3)$$

$$u_{10} = 14 - 27 = -13$$

$$u_{10} = -13$$

من الممكن الحل دون استعمال القانون بأضافة الأساس الى الحد الأول ثم الثاني وهكذا الى ان نصل الى الحد المطلوب

طريقة أخرى :

$$d = 11 - 14 = -3$$

$$\{14, 11, 8, 5, 2, -1, -4, -7, -10, -13\}$$

$$u_{10} = -13$$



جد الحد العاشر للمتتابعة الحسابية $\{13, 11, 9, 7, \dots\}$

الدور الأول 2022

$$d = 11 - 13 = -2$$

$$\{13, 11, 9, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5\}$$

$$u_{10} = -13$$



جد الحد الخامس والعشرون للمتتابعة الحسابية $\{1, -2, -5, -8, \dots\}$

$$d = -2 - 1 = -3$$

الأساس هو حاصل طرح أي حد من الحد الذي قبله

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$u_{25} = 1 + (25 - 1)(-3)$$

$$u_{25} = 1 + (24)(-3)$$

$a = 1$ الحد الأول

$n = 25$ كتابة

$un = ?$

$d = -3$ الأساس

$$u_{25} = 1 - 72 = -71$$

$$u_{25} = -71$$

الدور الأول 2023

جد الحد الخامس عشر للمتتابعة الحسابية $\{-5, -3, -1, 1, 3, \dots\}$

$$d = 3 - 1 = 2$$

الأساس هو حاصل طرح أي حد من الحد الذي قبله

$$a = -5 \text{ الحد الأول}$$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$n = 15 \text{ كتابة}$$

$$u_{15} = -5 + (15 - 1)(2)$$

$$u_n = ?$$

$$u_{15} = -5 + (14)(2)$$

$$d = 2 \text{ الأساس}$$

$$u_{15} = -5 + 28$$

$$u_{15} = 23$$



واجب

اكتب الحد العشرين من المتتابعة الحسابية $\{12, 6, 0, -6, -12, \dots\}$

23

تدرب وحل المسائل الحياتية

رياضة الجري : في احدى مسابقات الجري سجلت أوقات الفائز الأول وفقا للجدول الآتي :

5	4	3	2	1	المسافة بالمت
15.92	12.72	9.52	6.32	3.12	الوقت بالدقيقة والثانية

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول . هل يمثل الجدول نمطا ؟ هل يمثل متتابعة ؟ علل اجابتك .

الأزواج المرتبة $\{(1, 3.12), (2, 6.32), (3, 9.52), (4, 12.72), (5, 15.92)\}$

نعم يمثل نمطا لانه يزداد بمقدار ثابت

العلاقة تمثل متتابعة حسابية حدها الأول 3.12 وأساسها $d = 6.32 - 3.12 = 3.20$
المتتابعة هي : $\{3.12, 6.32, 9.52, 12.72, 15.92\}$



رياضة القفز بالزانة : يبين الجدول التالي محاولات أحد أبطال العالم في رياضة القفز

24

المحاولة	1	2	3	4	5
الارتفاع بالمتر	5.90	5.95	6.00	6.05	6.10

بالزانة.

اكتب حدود المتتابعة وأساسها .

المتتابعة هي $\{5.90, 5.95, 6.00, 6.05, 6.10\}$

أساس المتتابعة : $d = 5.90 - 5.95 = -0.5$



25

زراعة : اشترى حسان مزرعة الأبقار فيها 20 بقرة وبدأت تزداد كل سنة نتيجة الولادات

بمعدل ثابت حتى أصبح عدده الضعف بعد مضي ست سنوات مثل المسألة بجدول

واكتب حدود المتتابعة

$$a = 20, \quad u_6 = 2a = 2(20) = 40, \quad n = 6, \quad d = ?$$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$40 = 20 + (6 - 1)d$$

$$40 = 20 + 5d$$

$$5d = 40 - 20$$

$$5d = 20$$

u_6 هو عدد الأبقار بعد 6 سنوات وهو ضعف العدد الأصلي

$$d = \frac{20}{5} = 4$$

$$u_1 = 20$$

$$u_2 = u_1 + d = 20 + 4 = 24$$

$$u_3 = u_2 + d = 24 + 4 = 28$$

$$u_4 = u_3 + d = 28 + 4 = 32$$

$$u_5 = u_4 + d = 32 + 4 = 36$$

$$u_6 = u_5 + d = 36 + 4 = 40$$

6	5	4	3	2	1	السنة
40	36	32	28	24	20	عدد الأبقار

المتتابعة هي {20, 24, 28, 32, 36, 40}

26

تحد : جد قيمة x التي تجعل الحدود الثلاثة الأولى للمتابعات الحسابية كما يأتي :

$$\{2x, x + 1, 3x + 11, \dots \dots \dots\}$$

الأساس هو حاصل طرح أي حد من الذي قبله

$$\begin{matrix} \nearrow & \nearrow & \nearrow \\ u_1 & u_2 & u_3 \end{matrix}$$

$$d = u_2 - u_1 = (x + 1) - 2x$$

اذن نكتب الأساس بالشكل

$$d = u_3 - u_2 = 3x + 11 - (x + 1)$$

كذلك يمكن كتابة الأساس بالشكل

$$u_3 - u_2$$

هذا يعني

$$d = u_2 - u_1 = u_3 - u_2$$

نعوض بدل u_1, u_2, u_3

$$(x + 1) - (2x) = (3x + 11) - (x + 1)$$

ندخل السالب على القوس

$$x + 1 - 2x = 3x + 11 - x - 1$$

$$-x + 1 = 2x + 10$$

$$2x + x = 1 - 10$$

$$3x = -9$$

$$x = \frac{-9}{3} = -3$$

نجعل المتغيرات على طرف والاعداد على الطرف الاخر

27

أصح الخطأ : قالت رابعة أن المتتابعة التي حدها العام $u_n = 8 - 2n$ متتابعة متزايدة لأن $d > 0$ اكتشف خطأ رابعة وصححه

$$u_1 = 8 - 2(1) = 8 - 2 = 6$$

$$u_2 = 8 - 2(2) = 8 - 4 = 4$$

$$d = u_2 - u_1 = 4 - 6 = -2$$

المتتابعة متناقصة لأن $d < 0$

28

حس عددي : ما هو الحد الحادي عشر لمتتابعة حدها الثالث 4 وأساسها $-\frac{1}{2}$ ؟

$$u_{11} = ? \quad n = 11 \quad , \quad u_3 = 4 \quad , \quad n = 3 \quad , \quad d = -\frac{1}{2} \quad , \quad a = ?$$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$4 = a + (3 - 1)\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$4 = a + (2)\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$4 = a - 1$$

$$a = 4 + 1 = 5$$

$$u_{11} = 5 + (11 - 1) \left(-\frac{1}{2} \right) = 5 + (10) \left(-\frac{1}{2} \right) = 5 - 5 = 0$$



اكتب الحد الذي ترتيبه 101 في المتتابعة الحسابية التي حدها الخامس (-4)

وأساسها 2

بعد معرفة الحد الأول...والاساس معلوم...يمكن استخراج الحد المطلوب

$$u_{200} = ? , n = 101 , u_5 = -4 , n = 5 , d = 2 , a = ?$$

$$u_n = a + (n - 1)d$$

يجب استخراج الحد الأول a

$$u_5 = a + (5 - 1)(2)$$

$$-4 = a + (4)(2)$$

$$-4 = a + 8$$

$$a = -4 - 8 = -12$$

$$u_{101} = -12 + (101 - 1)(2)$$

$$u_{101} = -12 + (100)(2)$$

$$u_{101} = -12 + 200 = 188$$



الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

المتباينات المركبة

من المهم جدا مراجعة موضوع **المتباينات** الذي درسناه في السنوات السابقة

سؤال ما المقصود بالمتباينة



هي كل علاقة مفتوحة تحتوي على احد علاقات التباين ($>, <, \leq, \geq$)

والمتباينة التي تحتوي على رموز ($x, y, z, \dots$) تسمى متباينة بمتغير واحد

او يمكن تعريفها ب **هي علاقة تقوم بمقارنة غير متساوية بين رقمين أو تعبيرين رياضيين**

آخرين يتم استخدامه غالباً لمقارنة رقمين على مستقيم الأعداد حسب حجمهما

سؤال كيف أقوم بحل المتباينة



الجواب طرق الحل هي مشابهة تقريبا لما تعلمته من حل المعادلات ... لاحظ

الأمثلة

نقلب ال 2 على الطرف الثاني ونقلب أشارته

مثال

$$x + 2 > 5$$

$$x > 5 - 2 \rightarrow x > 3$$

مثال

$$2y < 4 \rightarrow y < 2$$

نقسم طرفي المعادلة على 2 ليبقى المتغير لوحده

$$3x + 6 > 12$$

مثال

$$3x > 12 - 6$$

نقلب ال 6 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$3x > 6 \rightarrow x > 2$$

نقسم طرفي المعادلة على 3 ليبقى المتغير لوحده

المتباينات المركبة

وهي المتباينة التي تحتوي على علامتين اكبر او اصغر او كلاهما بينهما أداة ربط
(و) او (او)

اولا المتباينة المركبة التي تتضمن (و)

تحل المتباينات المركبة بطريقتين : الأولى جبريا والثانية بيانيا

الطريقة الأولى : جبريا

ملاحظة

1 هذا يسمى عدد $x >$ اكبر يسمى عدد $x <$ اصغر

2 فكرة الموضوع هو ان يبقى المتغير لوحده في المنتصف او على احد الأطراف

يأتي السؤال في هذه الحالة بشكلين مختلفين

الشكل الأول : يحتوي على علامتين متشابهتين

مثال حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) : $-3 \leq 3x + 3 < 9$ جبريا ومثل

الحل على مستقيم الأعداد

نحول ال 3 على الطرفين ونقلب اشارتها



$$-3 \leq 3x + 3 < 9$$

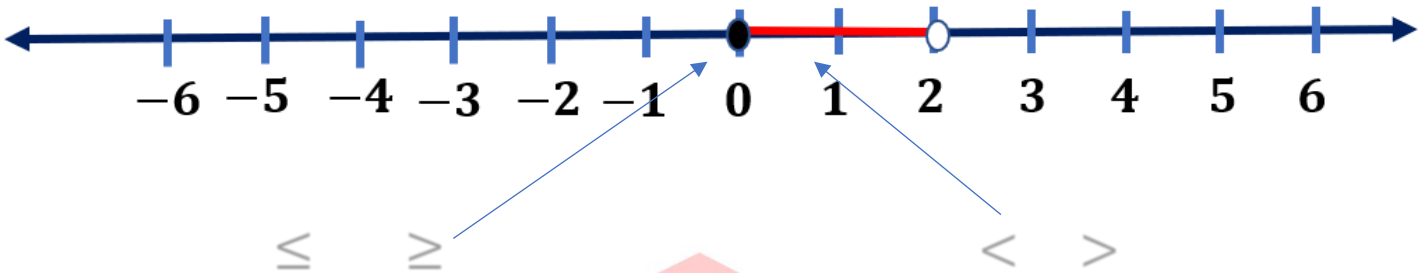
$$-3 - 3 \leq 3x < 9 - 3$$

$$0 \leq 3x < 6$$

بالقسمة على 3

$$0 \leq x < 2$$

$$s = \{x: 0 \leq x < 2\}$$



إذا كانت علامة الأكبر أو الأصغر تحتوي مساواة نضع فجوة مغلقة

إذا كانت علامة الأكبر أو الأصغر لا تحتوي مساواة نضع فجوة مفتوحة

تمرين

4

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبرياً ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد

$$-9 < 2x - 1 \leq 3$$

نحول ال 1 على الطرفين ونقلب اشارتها

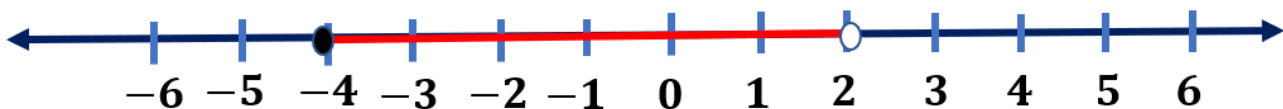
$$-9 + 1 < 2x \leq 3 + 1$$

$$\frac{-8}{2} < \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2}$$

نقسم طرفي المتباينة على 2 ليبقى المتغير لوحده

$$-4 < x \leq 2$$

$$s = \{x: -4 < x \leq 2\}$$



تمرين 16

$$\frac{1}{25} \leq \frac{Z+3}{5} \leq \frac{1}{15}$$

نضرب المتباينة في 75 للتخلص من الكسر وهو العامل المشترك الأكبر للاعداد 25 و 5 و 15

$$\frac{1}{25} \times \frac{75}{75} \leq \frac{Z+3}{5} \times \frac{75}{75} \leq \frac{1}{15} \times \frac{75}{75}$$

$$3 \leq 15(Z+3) \leq 5$$

نوزع ال 15 على القوس

$$3 \geq 15Z + 45 \leq 5$$

نحول ال 45 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$3 - 45 \leq 15Z \leq 5 - 45$$

نقسم طرفي المتباينة على 15 لبقى المتغير لوحده

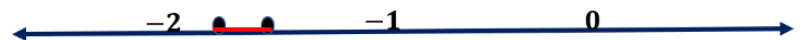
$$-42 \leq 15Z \leq -40$$

$$\frac{-42}{15} \leq Z \leq \frac{-40}{15}$$

$$\frac{-14}{5} \leq Z \leq \frac{-8}{3}$$

3	75	25	15
5	25	25	5
5	5	5	1
	1	1	1
75			

$$S = \left\{ Z : \frac{-14}{5} \leq Z \leq \frac{-8}{3} \right\}$$



$$s = \{Z : -2.8 \leq Z \leq -2.7\}$$

حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) جبريا ومثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد

$$-9 < 2x - 1 \leq$$

$$\frac{1}{16} < \frac{z+2}{2} \leq \frac{1}{8}$$

واجب

الشكل الثاني : يحتوي على علامتين مختلفتين أي الأكبر والاصغر معا $<$ و $>$

طريقة الحل هي اما نعيد ترتيب المتباينة مثل الشكل الأول او نحل كل جزء على حده...

مثال

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبريا ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد

$$x + 6 \geq 12 \quad \text{و} \quad x + 6 < 15$$

نحول ال 6 على الطرف الاخر ونقلب اشارتها

$$x \geq 12 - 6 \quad \text{و} \quad x < 15 - 6$$

$$x \geq 6 \quad \text{و} \quad x < 9$$

$$S = S_1 \cap S_2$$

نضع هذا المقدار داخل اقواس ونكتب مجموعة الحل

$$s = \{x: x \geq 6\} \cap \{x: x < 9\} = \{x : 6 \leq x < 9\}$$



$$14 \leq 3x + 7 \quad \text{و} \quad 3x + 7 < 26$$

نحول ال 7 على الطرف الاخر ونقلب اشارتها

$$14 - 7 \leq 3x \quad \text{و} \quad 3x < 19$$

تمرين
15

$$7 \leq 3x \quad \text{و} \quad 3x < 19$$

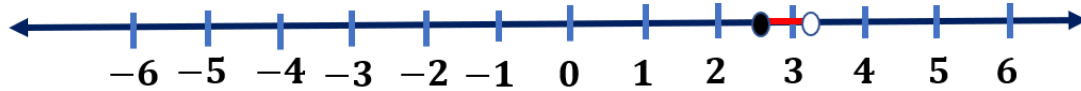
بالقسمة على 3

$$\frac{7}{3} \leq \frac{3x}{3} \quad \text{و} \quad \frac{3x}{3} < \frac{19}{3}$$

$$\frac{7}{3} \leq x \quad \text{و} \quad x < \frac{19}{3}$$

$$S = S_1 \cap S_2$$

$$s = \left\{x : \frac{7}{3} \leq x\right\} \cap \left\{x : x < \frac{19}{3}\right\}$$



المتباينة المركبة التي تتضمن (أو)

ثانياً

طريقة الحل مشابهة للحالة الثانية من (و) (كل جزء على حده) فقط سوف نضع علامة

الاتحاد بدل التقاطع

مثال

حل المتباينة المركبة $x + 3 > 2$ أو $x + 3 \leq -2$ جبرياً .

نقوم بحل كل جزء على حده

$$x + 3 \leq -2 \quad \text{أو} \quad x + 3 > 2$$

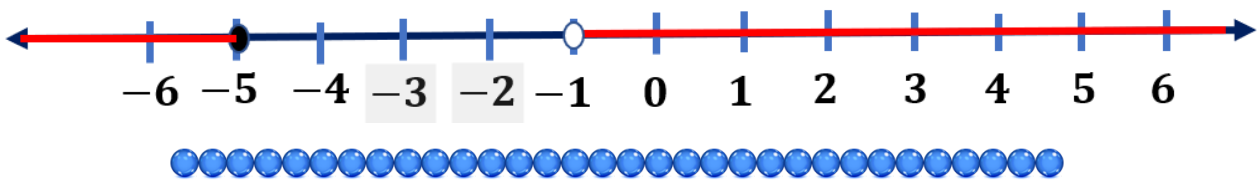
$$x \leq -2 - 3 \quad \text{أو} \quad x > 2 - 3$$

$$x \leq -5 \quad \text{أو} \quad x > -1$$

نحول ال 3 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > -1\} \cup \{x : x \leq -5\}$$

نضع كل جزء من الحل داخل قوس بينهم علاقة الاتحاد



حل المتباينة التي تتضمن (أو) جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

$$y - 3 \leq -1 \quad \text{أو} \quad y + 3 > 6$$

$$y \leq -1 + 3 \quad \text{أو} \quad y > 6 - 3$$

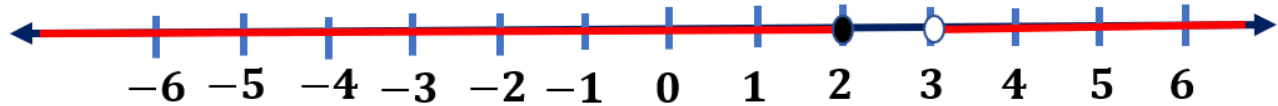
نحول ال 3 على الطرفين ونقلب اشارتها

تصريح

18

$$y \leq 2 \quad \text{أو} \quad y > 3$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq 2\} \cup \{y : y > 3\}$$



مثال

$$\frac{2v+1}{3} > \frac{5}{3} \quad \text{أو} \quad \frac{2v+1}{3} < \frac{1}{3}$$

نضرب المتباينة في 3 للتخلص من الكسر

$$\frac{2v+1}{3} \times 3 > \frac{5}{3} \times 3 \quad \text{أو} \quad \frac{2v+1}{3} \times 3 < \frac{1}{3} \times 3$$

$$2v + 1 > 5 \quad \text{أو} \quad 2v + 1 < 1$$

نحول ال 1 على الطرفين ونقلب اشارة

$$2v > 5 - 1 \quad \text{أو} \quad 2v < 1 - 1$$

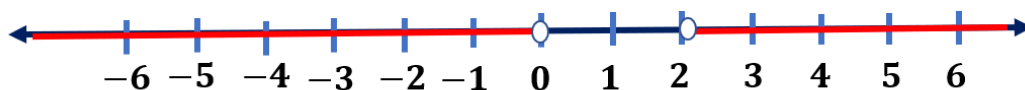
$$2v > 4 \quad \text{أو} \quad 2v < 0$$

نقسم طرفي المتباينة على 2 ليبقى المتغير

$$\frac{2v}{2} > \frac{4}{2} \quad \text{أو} \quad \frac{2v}{2} < \frac{0}{2}$$

$$v > 2 \quad \text{أو} \quad v < 0$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{v : v > 2\} \cup \{v : v < 0\}$$



$$3n - 7 > -5 \quad \text{أو}$$

$$3n - 7 \leq -9$$

نحول ال 7 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$3n > -5 + 7 \quad \text{أو}$$

$$3n \leq -9 + 7$$

تصريح

7

$$3n > 2 \quad \text{أو}$$

$$3n \leq -2$$

نقسم طرفي المتباينة على 3 ليبقى المتغير

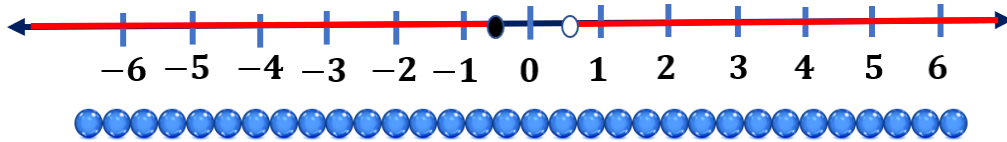
$$\frac{3n}{3} > \frac{2}{3} \quad \text{أو}$$

$$\frac{3n}{3} \leq \frac{-2}{3}$$

$$n > \frac{2}{3} \quad \text{أو}$$

$$n \leq \frac{-2}{3}$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{ n : n > \frac{2}{3} \right\} \cup \left\{ n : n \leq \frac{-2}{3} \right\}$$



$$x + 15 \geq 30 \quad \text{أو}$$

$$x + 15 < 22$$

نحول ال 15 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$x \geq 30 - 15 \quad \text{أو}$$

$$x < 22 - 15$$

الدور الثاني 2021

$$x \geq 15 \quad \text{أو}$$

$$x < 7$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \geq 15\} \cup \{x : x < 7\}$$



$$\frac{y}{2} < 3\frac{1}{2}$$

أو

$$\frac{y}{2} > 7\frac{1}{2}$$

نحول أولا الكسور الى كسور اعتيادية
ثم نضرب المتباينة في 2 للتخلص
من الكسور

$$\frac{y}{2} < \frac{7}{2}$$

أو

$$\frac{y}{2} > \frac{15}{2}$$

$$y < 7$$

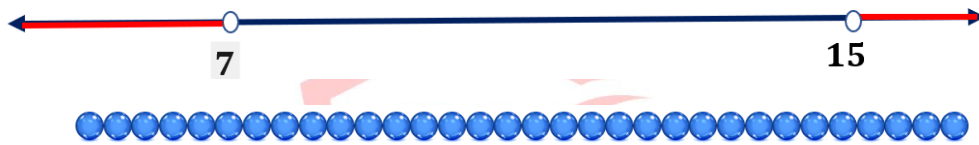
أو

$$y > 15$$

تمرين

19

$$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < 7\} \cup \{y : y > 15\}$$



حل المتباينات المركبة بيانياً

Mohammed abdul karim

المتباينة التي تتضمن و

$$-4 \leq y - 1 < 3$$

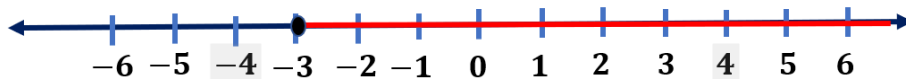
نحول ال 1 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$-4 + 1 \leq y < 3 + 1$$

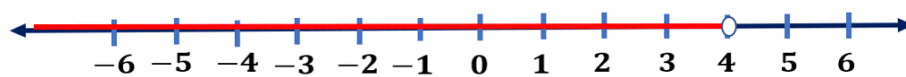
$$-3 \leq y < 4$$

تمرين

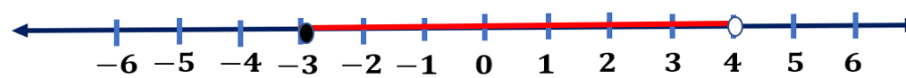
1



$$-3 \leq y$$



$$y < 4$$



$$-3 \leq y < 4$$

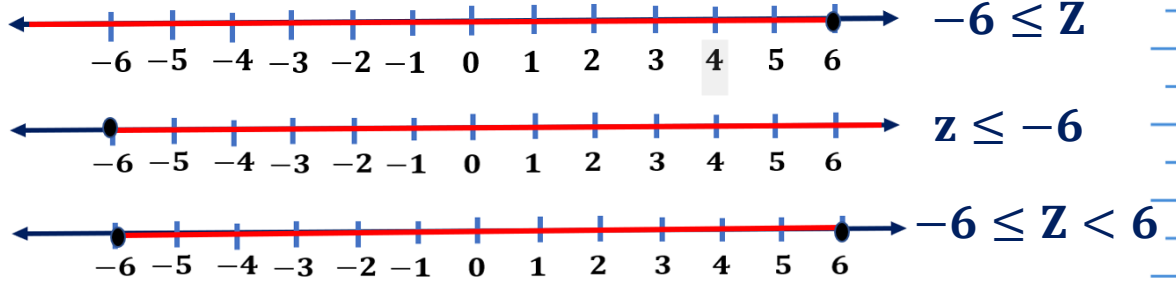
$$-4 \leq Z + 2 \leq 8$$

نحول ال 2 على الطرفين ونقلب اشارتها

تمرين
2

$$-4 - 2 \leq Z < 8 - 2$$

$$-6 \leq Z < 6$$



حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانها

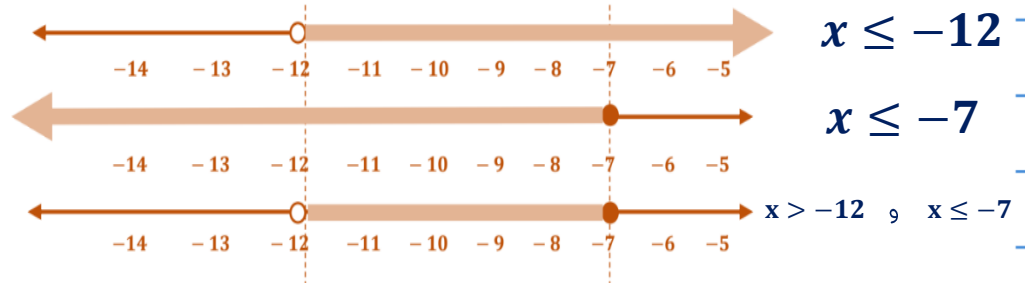
تمرين
13

$$x > -12 \text{ و } x \leq -7$$

$$x > -12$$

$$x \leq -7$$

$$x > -12 \text{ و } x \leq -7$$



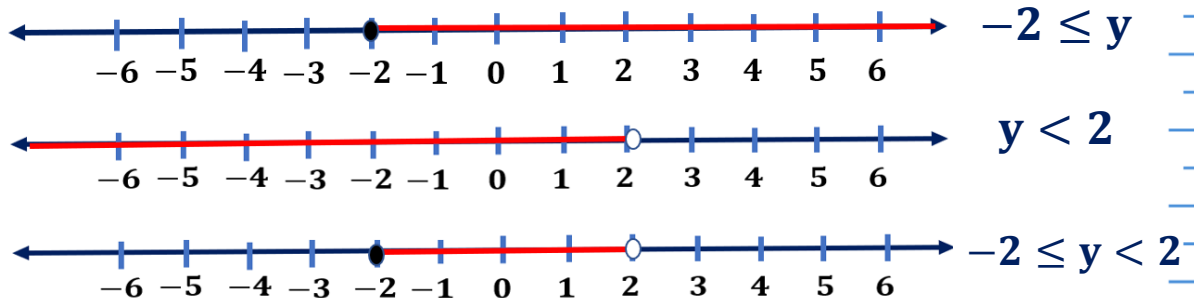
تمرين
14

$$2 \leq y + 4 < 6$$

نحول ال 4 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$2 - 4 \leq y < 6 - 4$$

$$-2 \leq y < 2$$



تمرين
5

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانيا

$$8y \geq 64 \quad \text{أو} \quad 8y \leq 32$$

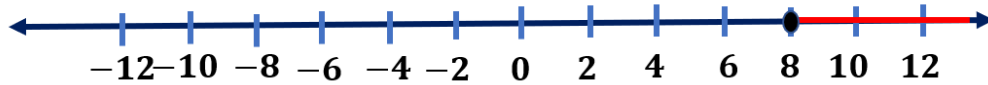
$$\frac{8y}{8} \geq \frac{64}{8}$$

$$y \geq 8$$

$$\frac{8y}{8} \leq \frac{32}{8}$$

$$y \leq 4$$

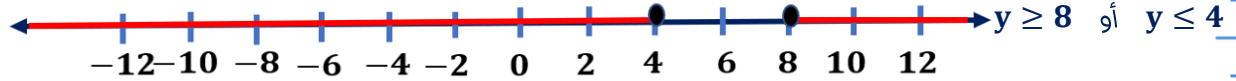
نقوم بحل كل طرف على حده



$$y \geq 8$$



$$y \leq 4$$



$$y \geq 8 \quad \text{أو} \quad y \leq 4$$



تمرين
6

$$\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3}$$

$$\text{أو} \quad \frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9}$$

$$2Z < 2$$

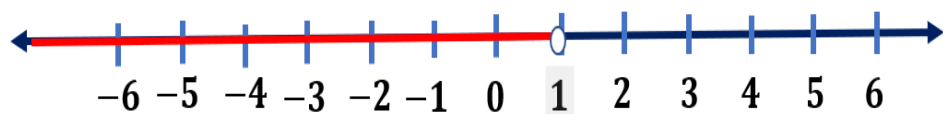
$$Z < 1$$

$$\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9}$$

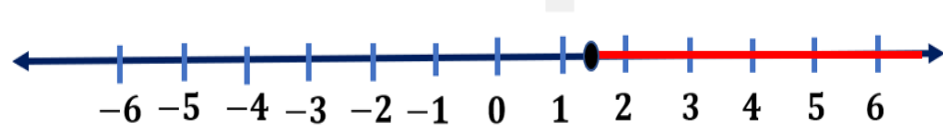
$$6Z \geq 8$$

$$Z \geq \frac{4}{3}$$

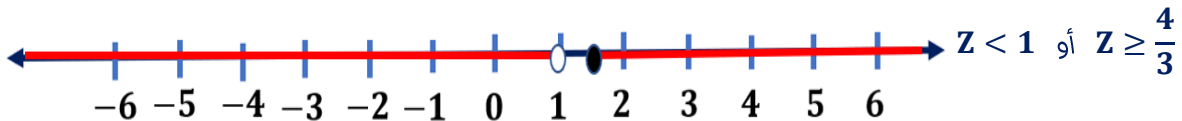
$$Z < 1 \quad \text{أو} \quad Z \geq \frac{4}{3}$$



$$Z < 1$$



$$Z \leq \frac{4}{3}$$



$$Z < 1 \quad \text{أو} \quad Z \geq \frac{4}{3}$$

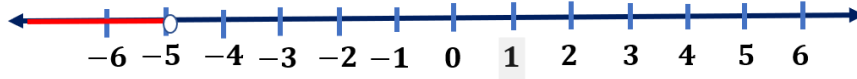
حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانيا

تمرين

17

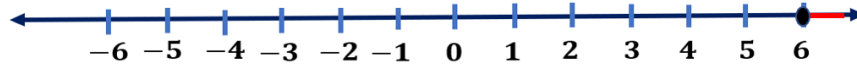
$$Z - 2 < -7 \quad \text{أو} \quad Z - 2 > 4$$

$$Z < -7 + 2$$



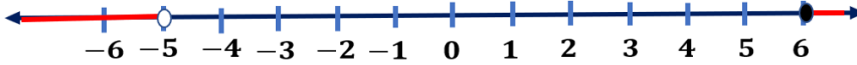
$$z < -5$$

$$Z < -5$$



$$z > 6$$

$$Z > 4 + 2$$



$$Z < -5 \text{ أو } Z > 6$$

$$Z > 6$$



تمرين

18

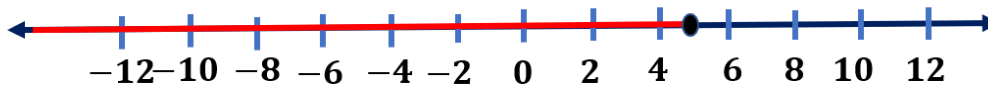
$$x - 6 \leq -1 \quad \text{أو} \quad x - 6 > 4$$

$$x \leq -1 + 6$$

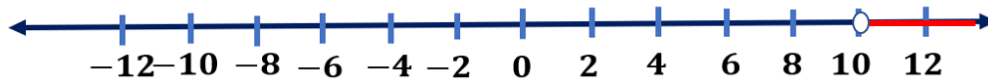
$$x \leq 5$$

$$x > 4 + 6$$

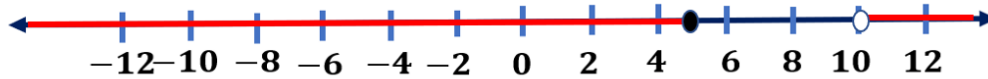
$$x > 10$$



$$x \leq 5$$



$$x > 10$$



$$x \leq 5 \text{ أو } x > 10$$

المتباينة المثلثية

في كل مثلث مجموع طول ضلعين من أضلاعه يكون أكبر من طول الضلع الثالث . اذا كانت اطوال اضلاع المثلث (A , B , C) فيجب أن تكون المتباينات الثلاث صحيحة :

$$A + B > C , A + C > B , B + C > A$$

سوف نقسم هذا الموضوع الى حالتين حسب شكل السؤال

الحالة الاولى

يعطى في السؤال ثلاث اضلاع ويطلب إمكانية رسم مثلث

مثال

هل يمكن للقطع المستقيمة التي طولها 2cm , 10cm , 13cm أن تشكل مثلثا

طريقة الحل نأخذ كل ضلعين ونجمعهم ... يجب ان يكون ناتج الجمع اكبر من الضلع

المتبقي الذي لم نختاره

$$2 + 10 > 13 \rightarrow 12 > 13 \text{ خطأ}$$

$$2 + 13 > 10 \rightarrow 15 > 10 \text{ صحيحة}$$

$$10 + 13 > 2 \rightarrow 23 > 2 \text{ صحيحة}$$

لا يمكن أن يشكل مثلثا .

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه كما يأتي :

$$\sqrt{3} \approx 1.7$$

تمرين 9

$$1 \text{ cm} , \quad 2 \text{ cm} , \quad \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$1 + 2 > \sqrt{3} \rightarrow 3 > \sqrt{3} \quad \text{صحيحة}$$

$$1 + \sqrt{3} > 2 \rightarrow 1 + 1.7 > 2$$

$$2.7 > 2 \quad \text{صحيحة}$$

$$2 + \sqrt{3} > 1 \rightarrow 2 + 1.7 > 1$$

$$3.7 > 1 \quad \text{صحيحة}$$

يمكن رسم مثلث



$$5 \text{ cm} , \quad 4 \text{ cm} , \quad 9 \text{ cm}$$

تمرين 10

$$5 + 4 > 9 \rightarrow 9 > 9 \quad \text{خطأ} \quad \text{لأن } 9 \text{ ليس أكبر من } 9$$

$$5 + 9 > 4 \rightarrow 14 > 4 \quad \text{صحيحة}$$

$$4 + 9 > 5 \rightarrow 13 > 5 \quad \text{صحيحة} \quad \text{لا يمكن رسم مثلثاً}$$



تمرين 11

$$1 \text{ cm} , \quad \sqrt{2} \text{ cm} , \quad \sqrt{2} \text{ cm}$$

$$1 + \sqrt{2} > \sqrt{2} \quad \text{صحيحة}$$

$$\sqrt{2} \approx 1.4$$

$$1 + 1.4 > 1.4 \rightarrow 2.4 > 1.4 \quad \text{صحيحة}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} > 1$$

$$1.4 + 1.4 > 1 \rightarrow 2.8 > 1 \quad \text{صحيحة}$$

$$\sqrt{2} + 1 > \sqrt{2}$$

$$1.4 + 1 > 1.4$$

$$2.4 > 1.4 \quad \text{صحيحة}$$

يمكن رسم مثلث



تمرين
12

$$3\text{cm} , 4\text{cm} , 2\sqrt{3}\text{cm}$$

$$3 + 4 > 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \approx 1.7$$

$$7 > 3.4 \quad \text{صحيحة}$$

$$2\sqrt{3} \approx 3.4$$

$$3 + 2\sqrt{3} > 4$$

Mohammed abdul karim

$$3 + 3.4 > 4$$

$$6.4 > 4 \quad \text{صحيحة}$$

$$4 + 2\sqrt{3} > 3$$

$$4 + 3.4 > 3$$

$$7.4 > 3 \quad \text{صحيحة}$$

يمكن رسم مثلث

الحالة الثانية

الدور الأول 2021

يعطى في السؤال ضلعين ويطلب متباينة الضلع الثالث

اكتب متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه 10cm , 8cm

نفرض طول الضلع الثالث x

مثال

اطوال اضلاع المثلث $10, 8, x$

نأخذ مجموع كل ضلعين ... والضلع الثالث بعد علامة الاكبر

$$10 + 8 > x$$

$$18 > x$$

$$10 + x > 8$$

$$x > 8 - 10$$

$$x > -2$$

يهمل

$$8 + x > 10$$

$$x > 10 - 8$$

$$x > 2$$

نكتب المتباينة المثلثية بالشكل القيمة الاكبر $< x <$ القيمة الاصغر

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي :

$$2 < x < 18$$

من الممكن استعمال العلاقة التالية للتأكد من صحة الحل

حاصل جمع الضلعين $< x <$ حاصل طرح الضلعين

$$10 - 8 < x < 10 + 8$$

$$2 < x < 18$$



اكتب متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه 10cm , 3cm

نفرض طول الضلع الثالث x

تمرين 21

اطوال اضلاع المثلث $10, 3, x$

نأخذ مجموع كل ضلعين ... والضلع الثالث بعد علامة الاكبر

$$10 + 3 > x$$

$$13 > x$$

$$10 + x > 3$$

$$x > 3 - 10$$

$$x > -7$$

يهمل

$$3 + x > 10$$

$$x > 10 - 3$$

$$x > 7$$

$$7 < x < 13$$



اكتب متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه 6cm , 4cm

نفرض طول الضلع الثالث x

تمرين 22

اطوال اضلاع المثلث $6, 4, x$

نأخذ مجموع كل ضلعين ... والضلع الثالث بعد علامة الاكبر

$$6 + 4 > x$$

$$10 > x$$

$$6 + x > 4$$

$$x > 4 - 6$$

$$x > -2$$

يهمل

$$4 + x > 6$$

$$x > 6 - 4$$

$$x > 2$$

$$2 < x < 10$$

اكتب متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه $3m$, $1cm$

نفرض طول الضلع الثالث x

تمرين 23

اطوال اضلاع المثلث 3 , 1 , x

نأخذ مجموع كل ضلعين ...والضلع الثالث بعد علامة الاكبر

$$3 + 1 > x$$

$$4 > x$$

$$3 + x > 1$$

$$x > 1 - 3$$

$$x > -2$$

يهمل

$$1 + x > 3$$

$$x > 3 - 1$$

$$x > 2$$

$$2 < x < 4$$

اكتب متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه $12cm$, $5cm$

الدور الاول 2022

واجب

24

تدرب وحل المسائل الحياتية

صوت : أذن الإنسان يمن أن تسمع الأصوات التي لا يقل ترددها عن 20 هيرتز ولا يزيد عن 20000 هيرتز اكتب المتباينة المركبة تمثل الترددات التي لا تسمعها أذن الإنسان ومثلها بيانيا

نفرض التردد x

الترددات التي تسمعها أذن الإنسان هي أكبر أو يساوي 20 وأصغر أو يساوي 20000

تكتب $20 \leq x \leq 20000$

الترددات التي لا تسمعها أذن الإنسان هي أصغر من 20 واكبر من 20000

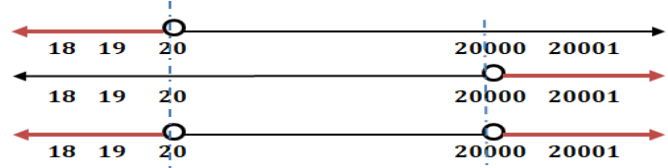
وتكتب

$$x < 20 \text{ أو } x > 20000$$

$$x < 20$$

$$x > 20000$$

$$x < 20 \text{ أو } x > 20000$$



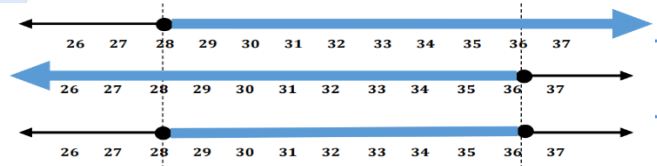
تمرين
25



أطار السيارات: ضغط الهواء المثالي الموصى به لإطارات السيارات الصالون لا يقل عن $28 \text{ pascal (kg/ing}^2)$ ولا يزيد على 36 pascal . اكتب المتباينة المركبة تمثل الضغط ومثلها بيانياً .

$$28 \leq x \leq 36 \text{ المتباينة المركبة}$$

$$28 \leq x \leq 36$$

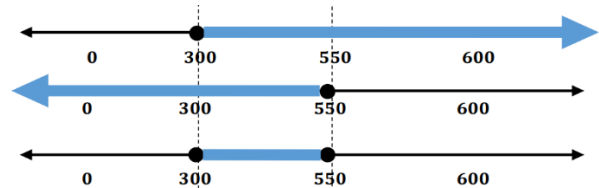


تمرين
26

قطار المغناطيسي : القطار المغناطيسي المعلق وهو قطار يعمل بقوة الرفع المغناطيسية وباختصار يعرف بالماجليف . وصممت أنواع مختلفة من هذه القطارات المغناطيسية في مختلف دول العالم اذ أن سرعتها لا تقل عن 300 k/h ولا تزيد على 550 k/h اكتب متباينة تمثل سرعة القطار ومثلها بيانياً .

نفرض سرعة القطار x

$$300 \leq x \leq 550 \text{ المتباينة}$$



فكر

تمرين
27

تحد : اكتب متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه 7cm , 12cm
نفرض طول الضلع الثالث x

اطوال اضلاع المثلث $7, 12, x$

نأخذ مجموع كل ضلعين ...والضلع الثالث بعد علامة الاكبر

$$12 + 7 > x$$

$$19 > x$$

$$12 + x > 7$$

$$x > 7 - 12$$

$$x > -5$$

يهمل

$$7 + x > 12$$

$$x > 12 - 7$$

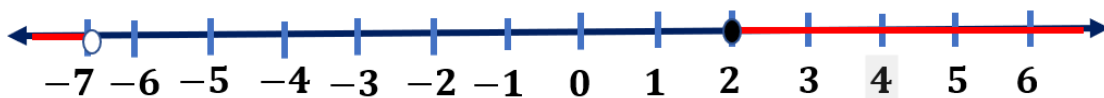
$$x > 5$$

$$5 < x < 19$$



أصحح الخطأ : قالت سوسن أن المتباينة المركبة $x + 3 \leq 5$ و $-4 < x + 3$

تمثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد بين خطأ سوسن وصححه .



تمرين

28

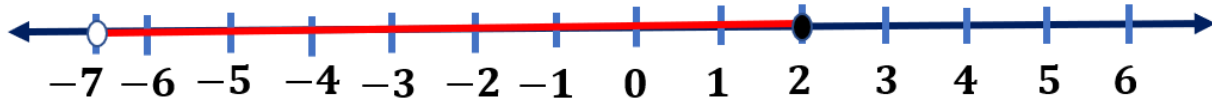
$$-4 - 3 < x \text{ و } x \leq 5 - 3$$

$$-7 < x \text{ و } x \leq 2$$

$$S = S_1 \cap S_2 = \{x : x > -7\} \cap \{x : x \leq 2\}$$

$$s = \{x : -7 < x \leq 2\}$$





حس عددي : اذكر ما اذا كانت الأطوال الثلاثة هي لمثلث أم لا ؟ وضع إجابتك .

3.2cm , 5.2cm , 6.2cm

تمرين

29

$$3.2 + 5.2 > 6.2 \rightarrow 8.4 > 6.2 \text{ صحيحة}$$

$$3.2 + 6.2 > 5.2 \rightarrow 9.4 > 5.2 \text{ صحيحة}$$

$$5.2 + 6.2 > 3.2 \rightarrow 11.4 > 3.2 \text{ صحيحة}$$

الأطوال الثلاثة تمثل مثلث



1cm , 1cm , $\sqrt{2}$ cm

تمرين

30

$$1 + 1 > \sqrt{2} \rightarrow 2 > \sqrt{2} \text{ صحيحة}$$

$$1 + \sqrt{2} > 1 \rightarrow 1 + 1.4 > 1 \rightarrow 2.4 > 1 \text{ صحيحة}$$

$$\sqrt{2} + 1 > 1 \rightarrow 1.4 + 1 > 1 \rightarrow 2.4 > 1 \text{ صحيحة}$$

الأطوال الثلاثة تمثل مثلث



أكتب متباينة مركبة تمثل درجة الحرارة الصغرى 18° ودرجة الحرارة العظمى 27°

الحل : نفرض درجة الحرارة x

$$x > 18^\circ \text{ و } x < 27^\circ$$

$$S = \{x : 18^\circ < x < 27^\circ\}$$

الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

متباينة القيمة المطلقة

أولاً

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة اصغر من واصغر من أو يساوي ($<$, $\leq$) تمثل متباينة مركبة تتضمن و

$$|g(x)| \leq a \rightarrow -a \leq g(x) \leq a, \quad a > 0$$

$$|g(x)| < a \rightarrow -a < g(x) < a, \quad a > 0$$

ملاحظة

من الأفضل (لسهولة الحل) قبل فتح القيمة المطلقة التخلص من أي عدد خارجها

$$|x + 1| + 2 < 4 \quad \text{يجب أولاً التخلص من العدد 3.. نقله الى الطرف الاخر مع تغيير الإشارة}$$

$$|y - 5| - 3 < 6 \quad \text{يجب أولاً التخلص من العدد 2.. نقله الى الطرف الاخر مع تغيير الإشارة}$$

$$8|x + 3| < 2 \quad \text{يجب التخلص من العدد 8 بقسمة طرفي المتباينة على 8}$$

ملاحظة

على الطالب فهم الموضوع السابق (المتباينات المركبة) وذلك لاعتماد هذا الموضوع عليه بشكل كبير

طريقة فتح متباينة القيمة المطلقة بعلاقة اصغر $\leq$ و $<$

نضع العلاقة في المنتصف بدون القيمة المطلقة ... ثم نكتب العدد قبل علامة الأصغر مرة سالب ومرة أخرى بعدها موجب كما موضح ادناه

العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

مثال

حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد

$$|x + 6| < 3$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-3 < x + 6 < 3$$

نقلب ال 6 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$-3 - 6 < x < 3 - 6$$

$$-9 < x < -3$$

$$S = \{x : -9 < x < -3\}$$



مثال

$$|y| - 5 \leq 1$$

لايمكن فتح القيمة المطلقة يجب ان نتخلص من العدد 5

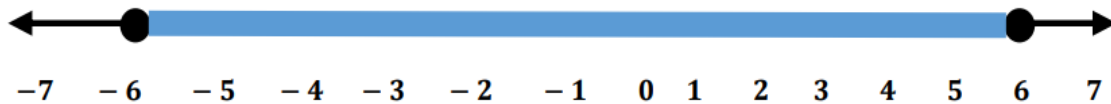
$$|y| \leq 1 + 5$$

نحول ال 5 على الطرف الثاني ونقلب

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-6 \leq y \leq 6$$

$$S = \{y : -6 \leq y \leq 6\}$$



مثال

الدور الثاني 2023

جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة الآتية

لا يمكن فتح القيمة المطلقة يجب ان نتخلص من العدد 3

$$|2x - 5| + 3 < 11$$

نحول ال 3 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$|2x - 5| < 11 - 3$$

$$|2x - 5| < 8$$



طريقة الفتح : العدد موجب ≤ العلاقة ≤ العدد سالب

$$-8 < 2x - 5 < 8$$

نحول ال 5 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$-8 + 5 < 2x < 8 + 5$$

$$-3 < 2x < 13$$

نقسم طرفي المتباينة على 2 ليبقى المتغير لوحده

$$\frac{-3}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{13}{2}$$

$$\frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2}$$

$$S = \left\{x : \frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2}\right\}$$

لسهولة الحل من الأفضل التخلص من أي عدد خارج القيمة المطلقة قبل الفتح



$$|7 - y| < 8$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-8 < 7 - y < 8$$

نحول ال 7 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$-8 - 7 < -y < 8 - 7$$

نضرب المتباينة في -1 ... عند ضرب المتباينة في سالب

$$-15 < -y < 1 \quad] \times (-1)$$

اما نقلب العلامات الأكبر الى اصغر او نغير أماكن الاعداد

$$-1 < y < 15$$

$$S = \{y : -1 < y < 15\}$$

تصريح

1

حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

$$|x + 1| < 5$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

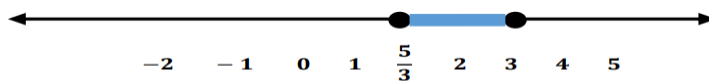
$$-5 < x + 1 < 5$$

نحول ال 1 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$-5 - 1 < x < 5 - 1$$

$$-6 < x < 4$$

$$S = \{x : -6 < x < 4\}$$



تصريح

3

$$|3Z - 7| \leq 2$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-2 \leq 3Z - 7 \leq 2$$

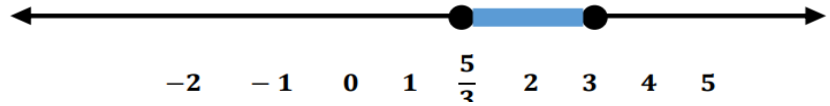
$$-2 + 7 \leq 3Z \leq 2 + 7$$

نحول ال 7 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$5 \leq 3Z \leq 9$$

نقسم طرفي المتباينة على 3 ليبقى المتغير لوحده

$$\frac{5}{3} \leq \frac{3Z}{3} \leq \frac{9}{3}$$



$$\frac{5}{3} \leq Z \leq 3$$

$$S = \left\{ Z : \frac{5}{3} \leq Z \leq 3 \right\}$$



تمرين

4

$$|x| + 8 < 9$$

لا يمكن فتح القيمة المطلقة يجب ان نتخلص من العدد 8

$$|x| < 9 - 8$$

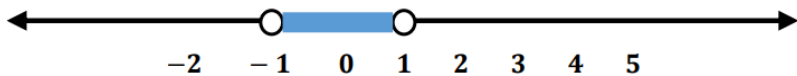
نحول ال 8 على الطرف الاخر ونقلب اشارتها

$$|x| < 1$$

طريقة الفتح : العدد موجب ≤ العلاقة ≤ العدد سالب

$$-1 < x < 1$$

$$S = \{x : -1 < x < 1\}$$



تمرين

5

توبيدي 2019

$$|5y| - 2 \leq 8$$

لا يمكن فتح القيمة المطلقة يجب ان نتخلص من العدد 2

$$|5y| \leq 8 + 2$$

نحول ال 2 على الطرف الثاني ونقلب اشارتها

$$|5y| \leq 10$$

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-10 \leq 5y \leq 10$$

$$-2 \leq y \leq 2$$

$$S = \{y : -2 \leq y \leq 2\}$$



تمرين

10

$$|5 - x| < 10$$

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-10 < 5 - x < 10$$

نحول ال 5 على الطرفين ونقلب اشارة

$$-10 - 5 < -x < 10 - 5$$

$$-15 < -x < 5 \quad] \quad \times (-1)$$

نضرب المتباينة في -1 ... عند ضرب المتباينة في سالب اما
نقلب العلامات الأكبر الى اصغر او ... نغير أماكن الاعداد

$$15 > x > -5$$

$$S = \{x : 15 > x > -5\}$$

الدور الاول 2021



تمرين

12

$$\left| \frac{x - 12}{4} \right| \leq 9$$

$$-9 \leq \frac{x - 12}{4} \leq 9$$

نضرب المتباينة المركبة في 4 للتخلص من الكسر

$$-36 \leq x - 12 \leq 36$$

نحول ال 12 على الطرفين ونقلب اشارة

$$-36 + 12 \leq x \leq 36 + 12$$

$$-24 \leq x \leq 48$$

$$S = \{x : -24 \leq x \leq 48\}$$

تصريح
16



حل متباينات القيمة المطلقة الآتية :

$$|x + 3| < 6$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-6 < x + 3 < 6$$

نحول ال 3 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$-6 - 3 < x < 6 - 3$$

$$-9 < x < 3$$

$$S = \{x : -9 < x < 3\}$$



مثال

$$|x| - 6 < 5$$

نحول ال 6 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$|x| < 5 + 6$$

لايمكن فتح القيمة المطلقة يجب ان نتخلص من العدد 6

$$|x| < 11$$

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-11 < x < 11$$

$$S = \{x : -11 < x < 11\}$$

تصريح
17



$$|2Z| - 5 < 2$$

لايمكن فتح القيمة المطلقة يجب ان نتخلص من العدد 5

$$|2Z| < 2 + 5$$

نحول ال 5 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$|2Z| < 7$$

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-7 < 2Z < 7$$

نقسم طرفي المتباينة على 2 ليبقى المتغير لوحده

$$-\frac{7}{2} < Z < \frac{7}{2}$$

$$S = \left\{ Z : -\frac{7}{2} < Z < \frac{7}{2} \right\}$$



متباينة القيمة المطلقة بعلاقة اكبر $\geq$ و $>$

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة اكبر من واكبر من أو يساوي $\leq$, $<$ تمثل متباينة مركبة تتضمن أو

$$|g(x)| \geq a \Leftrightarrow g(x) \geq a \text{ او } g(x) \leq -a, a > 0$$

$$|g(x)| > a \Leftrightarrow g(x) > a \text{ او } g(x) < -a, a > 0$$

طريقة فتح متباينة القيمة المطلقة بعلاقة اكبر

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة



حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

مثال

$$|x + 4| > 2$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لا يوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$x + 4 > 2 \quad \text{أو} \quad x + 4 < -2$$

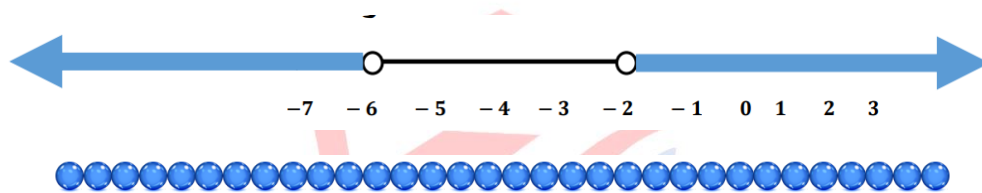
نحول ال 4 على الطرف الآخر ونقلب اشارتها

$$x > 2 - 4 \quad \text{أو} \quad x < -2 - 4$$

$$x > -2 \quad \text{أو} \quad x < -6$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$s = \{x : x > -2\} \cup \{x : x < -6\}$$



مثال

$$|5y - 1| \geq 4$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$5y - 1 \geq 4 \quad \text{أو} \quad 5y - 1 \leq -4$$

نحول ال 1 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$5y \geq 4 + 1 \quad \text{أو} \quad 5y \leq -4 + 1$$

$$5y \geq 5 \quad \text{أو} \quad 5y \leq -3$$

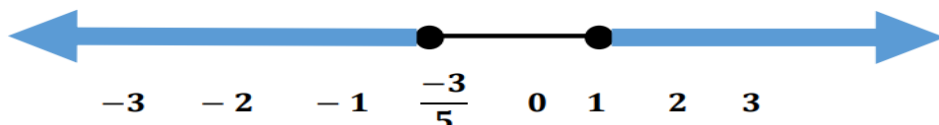
$$\frac{5y}{5} \geq \frac{5}{5} \quad \text{أو} \quad \frac{5y}{5} \leq \frac{-3}{5}$$

نقسم طرفي المتباينة على 5 ليبقى المتغير لوحده

$$y \geq 1 \quad \text{أو} \quad y \leq -\frac{3}{5}$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$s = \{y : y \geq 1\} \cup \left\{y : y \leq -\frac{3}{5}\right\}$$





$$\left| \frac{2t - 8}{4} \right| \geq 9$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$\frac{2t - 8}{4} \geq 9 \quad \text{أو} \quad \frac{2t - 8}{4} \leq -9$$

نضرب المتباينة في 4 للتخلص من الكسر

$$2t - 8 \geq 36 \quad \text{أو} \quad 2t - 8 \leq -36$$

نحول ال 8 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$2t \geq 36 + 8 \quad \text{أو} \quad 2t \leq -36 + 8$$

$$2t \geq 44 \quad \text{أو} \quad 2t \leq -28$$

نقسم طرفي المتباينة على 2 لبقى المتغير لوحده

$$t \geq 22 \quad \text{أو} \quad t \leq -14$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{t : t \geq 22\} \cup \{t : t \leq -14\}$$

$$\left| \frac{5 - 3v}{2} \right| \geq 6$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$\frac{5 - 3v}{2} \geq 6 \quad \text{أو} \quad \frac{5 - 3v}{2} \leq -6$$

نضرب المتباينة في 2 للتخلص من الكسر

$$5 - 3v \geq 12 \quad \text{أو} \quad 5 - 3v \leq -12$$

نحول ال 5 على الطرف الاخر ونقلب اشارتها

$$-3v \geq 12 - 5 \quad \text{أو} \quad -3v \leq -12 - 5$$

$$-3v \geq 7 \quad \text{أو} \quad -3v \leq -17$$

نقسم طرفي المتباينة على -3 لبقى المتغير لوحده

$$v \leq -\frac{7}{3} \quad \text{أو} \quad v \geq \frac{17}{3}$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

نقسم المتباينة على 3- ... عند قسمة المتباينة على سالب اما
نقلب العلامات الأكبر الى اصغر او نغير أماكن الاعداد

$$s = \left\{ v : v \leq -\frac{7}{3} \right\} \cup \left\{ v : v \geq \frac{17}{3} \right\}$$

تمرين

6

$$|x + 4| > 6$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

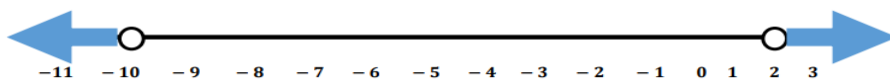
$$x + 4 > 6 \quad \text{أو} \quad x + 4 < -6$$

نحول ال 4 على الطرف الاخر ونقلب اشارتها

$$x > 6 - 4 \quad \text{أو} \quad x < -6 - 4$$

$$x > 2 \quad \text{أو} \quad x < -10$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > 2\} \cup \{x : x < -10\}$$



7

$$|5Z - 9| > 1$$

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$5Z - 9 > 1 \quad \text{أو} \quad 5Z - 9 < -1$$

نحول ال 9 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$5Z > 1 + 9 \quad \text{أو} \quad 5Z < -1 + 9$$

$$5Z > 10$$

أو

$$5Z < 8$$

نقسم طرفي المتباينة على 5 لبقى المتغير لوحده

$$Z > 2 \text{ أو } Z < \frac{8}{5}$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z > 2\} \cup \left\{Z : Z < \frac{8}{5}\right\}$$

تمرين

8

$$|2x| + 7 \geq 8$$

لا يمكن فتح القيمة المطلقة يجب ان نتخلص من العدد 7

$$|2x| \geq 8 - 7$$

نحول ال 7 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$|2x| \geq 1$$

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$2x \geq 1$$

أو

$$2x \leq -1$$

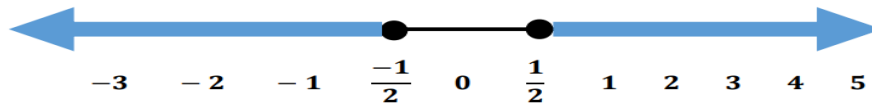
نقسم طرفي المتباينة على 2 لبقى المتغير

$$x \geq \frac{1}{2}$$

أو

$$x \leq -\frac{1}{2}$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{x : x \geq \frac{1}{2}\right\} \cup \left\{x : x \leq -\frac{1}{2}\right\}$$



تمرين

9

$$|4y| - 2 > 3$$

لا يمكن فتح القيمة المطلقة يجب ان نتخلص من العدد 2

$$|4y| > 3 + 2$$

$$|4y| > 5$$

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

نقسم طرفي المتباينة على 4 ليبقى المتغير لوحده

$$4y > 5 \quad \text{أو} \quad 4y < -5$$

$$y > \frac{5}{4} \quad \text{أو} \quad y < \frac{-5}{4}$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$s = \left\{ y : y > \frac{5}{4} \right\} \cup \left\{ y : y < \frac{-5}{4} \right\}$$



مثال

يمكن فتح القيمة المطلقة ... لايوجد عدد بالخارج

$$|7 - 2y| \geq 13$$

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$7 - 2y \geq 13 \quad \text{أو} \quad 7 - 2y \leq -13$$

نحول ال 7 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$-2y \geq 13 - 7 \quad \text{أو} \quad -2y \leq -13 - 7$$

نقسم طرفي المتباينة على -2 ليبقى المتغير لوحده

$$-2y \geq 6 \quad \text{أو} \quad -2y \leq -20$$

$$y \leq -3 \quad \text{أو} \quad y \geq 10$$

عند القسمة على سالب ... نقلب العلاقات

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$s = \{y : y \leq -3\} \cup \{y : y \geq 10\}$$

$$|4Z - 14| > 2$$

تمارين 2023

تمارين

11 طريقة الفتح: العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$4Z - 14 > 2 \quad \text{أو} \quad 4Z - 14 < -2$$

نحول ال 14 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$4Z > 2 + 14 \quad \text{أو} \quad 4Z < -2 + 14$$

$$4Z > 16 \quad \text{أو} \quad 4Z < 12$$

نقسم طرفي المتباينة على 4 ليبقى المتغير لوحده

$$Z > 4 \quad \text{أو} \quad Z < 3$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z > 4\} \cup \{Z : Z < 3\}$$



الدور الاول 2022

تمارين

13

$$\left| \frac{6 - 2y}{4} \right| \geq 9$$

طريقة الفتح: العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$\frac{6 - 2y}{4} \geq 9 \quad \text{أو} \quad \frac{6 - 2y}{4} \leq -9$$

نضرب المتباينة في 4 للتخلص من الكسر

$$6 - 2y \geq 36 \quad \text{أو} \quad 6 - 2y \leq -36$$

نحول ال 6 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$-2y \geq 36 - 6 \quad \text{أو} \quad -2y \leq -36 - 6$$

$$-2y \geq 30 \quad \text{أو} \quad -2y \leq -42$$

نقسم طرفي المتباينة على -2 ليبقى المتغير لوحده

$$y \leq -15 \quad \text{أو} \quad y \geq 21$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$s = \{y : y \leq -15\} \cup \{y : y \geq 21\}$$

تمرين

18

$$2|x| - 7 \geq 1$$

لا يمكن فتح القيمة المطلقة يجب ان نتخلص من العدد 7 و ال 2

$$2|x| \geq 1 + 7$$

نحول ال 7 على الطرف الاخر ونقلب اشارتها

$$2|x| \geq 8$$

بالقسمة على 2

$$|x| \geq 4$$

طريقة الفتح: العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$x \geq 4 \quad \text{أو} \quad x \leq -4$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \geq 4\} \cup \{x : x \leq -4\}$$

تمرين

19

$$|11Z| - 2 \geq 9$$

نحول ال 2 على الطرف الاخر ونقلب اشارتها

$$|11Z| \geq 9 + 2$$

$$|11Z| \geq 11$$

طريقة الفتح: العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$11Z \geq 11 \quad \text{أو} \quad 11Z \leq -11$$

نقسم طرفي المتباينة على 11 ليبقى المتغير

$$Z \geq 1 \quad \text{أو} \quad Z \leq -1$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z \geq 1\} \cup \{z : z \leq -1\}$$

$$\left| \frac{4}{5}Z - 1 \right| > \frac{4}{5}$$

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الأكبر الى اصغر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$\frac{4}{5}Z - 1 > \frac{4}{5}$$

أو

$$\frac{4}{5}Z - 1 < -\frac{4}{5}$$

نضرب المتباينة في 5 للتخلص من الكسر

$$4Z - 5 > 4$$

أو

$$4Z - 5 < -4$$

نحول ال 5 على الطرف الاخر ونقلب اشارتها

$$4Z > 4 + 5$$

أو

$$4Z < -4 + 5$$

$$4Z > 9$$

أو

$$4Z < 1$$

بالقسمة على 4

$$Z > \frac{9}{4}$$

أو

$$Z < \frac{1}{4}$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{ Z : Z > \frac{9}{4} \right\} \cup \left\{ Z : Z < \frac{1}{4} \right\}$$



$$|8Z| - 1 > 7$$

الدور الثاني 2022

$$8Z - 1 > 7$$

أو

$$8Z - 1 < -7$$

$$8Z > 7 + 1$$

أو

$$8Z < -7 + 1$$

نحول ال 1 على الطرفين ونقلب اشارتها

$$8Z > 8$$

أو

$$8Z < -6$$

$$Z > 1$$

أو

$$Z < -\frac{6}{8}$$

نقسم طرفي المتباينة على 8 ليبقى المتغير لوحده

$$S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z > 1\} \cup \left\{ Z : Z < -\frac{6}{8} \right\}$$

$$|2y| - 2 > 4$$

تمهيلي 2022

$$2y - 2 > 4 \quad \text{أو} \quad 2y - 2 < -4$$

$$2y > 4 + 2 \quad \text{أو} \quad 2y < -4 + 2$$

$$2y > 6 \quad \text{أو} \quad 2y < -2$$

$$y > 3 \quad \text{أو} \quad y < -1$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y > 3\} \cup \{y : y < -1\}$$



$$|3x| + 5 < 7$$

الدور الأول 2022

$$|3x| < 7 - 5$$

نحول ال 5 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$|3x| < 2$$

Mohammed abdul karim

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-2 < 3x < 2$$

نقسم طرفي المتباينة على 3 ليبقى المتغير لوحده

$$-\frac{2}{3} < x < \frac{2}{3}$$

$$S = \left\{x : -\frac{2}{3} < x < \frac{2}{3}\right\}$$



$$|5x| - 3 < 7$$

$$|5x| < 7 + 3$$

نحول ال 5 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$|5x| < 10$$

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-10 < 5x < 10$$

نقسم طرفي المتباينة على 5 ليبقى المتغير لوحده

$$-2 < x < 2$$

$$S = \{x : -2 < x < 2\}$$



$$|3y| - 6 \leq 9$$

الدور الثالث 2023

$$|3y| < 9 + 6$$

نحول ال 5 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$|3x| < 15$$

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-15 < 3x < 15$$

نقسم طرفي المتباينة على 3 ليبقى المتغير لوحده

$$-5 < x < 5$$

$$S = \{x : -5 < x < 5\}$$



الدور الاول 2019

$$|6x| + 4 < 10$$

$$|6x| < 10 - 4$$

نحول ال 4 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$|6x| < 6$$

طريقة الفتح : العدد موجب $\leq$ العلاقة $\leq$ العدد سالب

$$-6 < 6x < 6$$

نقسم طرفي المتباينة على 6 ليبقى المتغير لوحده

$$-1 < x < 1$$

$$S = \{x : -1 < x < 1\}$$

تمهيدي 2021

$$|3x - 12| > 3$$

$$3x - 12 > 3 \quad \text{أو} \quad 3x - 12 < -3$$

نحول ال 14 على الطرفين ونقلب اشارة

$$3x > 3 + 12 \quad \text{أو} \quad 3x < -3 + 12$$

$$3x > 15 \quad \text{أو} \quad 3x < 9$$

نقسم طرفي المتباينة على 4 ليبقى المتغير لوحده

$$x > 5 \quad \text{أو} \quad x < 3$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{x: x > 5\} \cup \{x : x < 3\}$$

الدور الاول 2023

$$|3y| - 3 \leq 9$$

$$|y - 3| \geq \frac{1}{3}$$

واجب

$$|9y| - 6 > 3$$

$$|y - 4| + 5 < \frac{1}{5}$$

ملاحظة مهمة جدا

يمكن للطالب استعمال طريقة فتح متباينة القيمة المطلقة للاكبر على متباينة القيمة المطلقة للاصغر (نضع بدل علامة الاتحاد علامة التقاطع) وبالتالي من الممكن حفظ طريقة واحده فقط

$$|x + 4| < 2$$

طريقة الفتح : العلاقة نفسها مع تغيير الاصغر الى اكبر وقلب الإشارة أو العلاقة نفسها بدون القيمة المطلقة

$$x + 4 < 2 \quad \text{و} \quad x + 4 > -2$$

$$x < 2 - 4 \quad \text{و} \quad x > -2 - 4$$

$$x < -2 \quad \text{و} \quad x > -6$$

$$S = S_1 \cap S_2$$

$$s = \{x : x < -2\} \cap \{x : x > -6\}$$

مسائل متباينات القيمة المطلقة

في تحليلات دم الإنسان البالغ يعد المدى الطبيعي للبوتاسيوم هو $(3.5 - 5.3) \text{ mol/L}$

اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم في دم الإنسان .

نفرض كمية البوتاسيوم x

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية واقل من القيمة الدنيا للمعدل هي : $x < 3.5$

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية واكبر من القيمة العليا للمعدل هي : $x > 5.3$

المتباينة المركبة : $x < 3.5$ أو $x > 5.3$

نجد متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم

$$\frac{3.5+5.3}{2} = \frac{8.8}{2} = 4.4$$

نجد المعدل بين النقطتين :

نطرح المعدل من المتباينة :

$$x > 5.3 \quad \text{أو} \quad x < 3.5$$

$$x - 4.4 > 5.3 - 4.4 \quad \text{أو} \quad x - 4.4 < 3.5 - 4.4$$

$$x - 4.4 > 0.9 \quad \text{أو} \quad x - 4.4 < -0.9$$

$$|x - 4.4| > 0.9$$



تمرين 1 اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل التالية :

تعد درجة الحرارة المثلى داخل الشقق 22° سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 2° سيليزية.

نفرض درجة الحرارة x

المتباينة المركبة تكون بالصورة :

$$x \leq 22 + 2 \quad \text{و} \quad x \geq 22 - 2$$

$$x - 22 \leq 2 \quad \text{و} \quad x - 22 \geq -2$$

$$|x - 22| \leq 2$$

اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل الآتية :

تمرين 14

يجب أن تبقى درجة الحرارة داخل الثلجة 8° سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 0.5° سيليزية . اكتب مدى درجة الحرارة المثالية في داخل الثلجة .

نفرض درجة الحرارة المثالية x

$$x \leq 8 + 0.5 \quad \text{و} \quad x \geq 8 - 0.5$$

$$x - 8 \leq 0.5 \quad \text{و} \quad x - 8 \geq -0.5$$

$$0.5 \leq x - 8 \leq 0.5$$

$$|x - 8| \leq 0.5$$



تمرين 15
درجة غليان الماء 100° سيليزية عند مستوى سطح البحر وتزداد وتنقص في المناطق الجبلية والوديان بما لا يتجاوز 20° سيليزية . اكتب مدى التذبذب في درجة غليان الماء .

نفرض درجة غليان الماء x

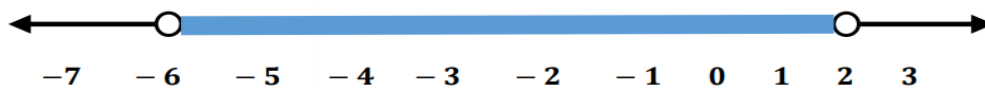
$$x \leq 100 + 20 \quad \text{و} \quad x \geq 100 - 20$$

$$x - 100 \leq 20 \quad \text{و} \quad x - 100 \geq -20$$

$$-20 \leq x - 100 \leq 20$$

$$|x - 100| \leq 20$$

اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية



الرسم البياني يمثل تقاطع (و) والفجوة فارغة .

$$-6 < x < 2 \quad \text{المتباينة}$$

$$\frac{-6+2}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \quad \text{نجد معدل القيمتين أي أن :}$$

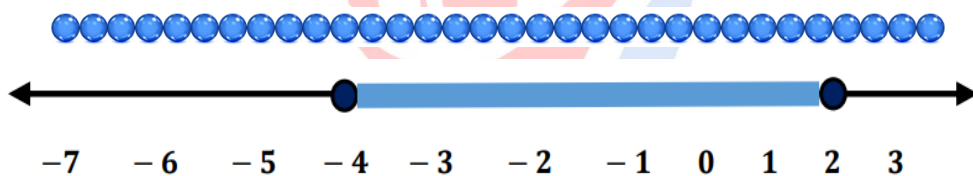
ثم نطرح (-2) من جميع المتباينة :

$$-6 < x < 2$$

$$-6 - (-2) < x - (-2) < 2 - (-2)$$

$$-4 < x + 2 < 4$$

$$|x + 2| < 4$$



تمرين
22

$$-4 \leq x \leq 2 \quad \text{المتباينة}$$

$$\frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad \text{نجد معدل القيمتين أي أن :}$$

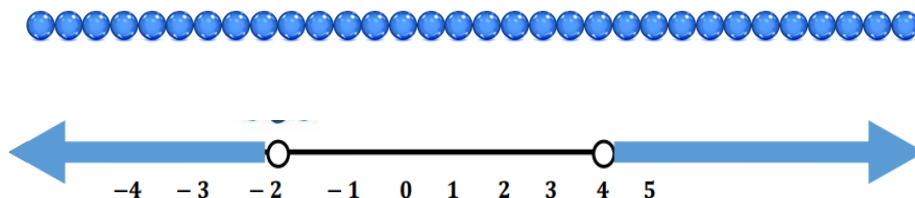
ثم نطرح (-1) من جميع المتباينة :

$$-4 \leq x \leq 2$$

$$-4 - (-1) \leq x - (-1) \leq 2 - (-1)$$

$$-3 \leq x + 1 \leq 3$$

$$|x + 1| \leq 3$$



تمرين
23

الرسم البياني يمثل اتحاد (أو)

$$x > -2 \quad \text{أو} \quad x < 4 \quad \text{المتباينة}$$

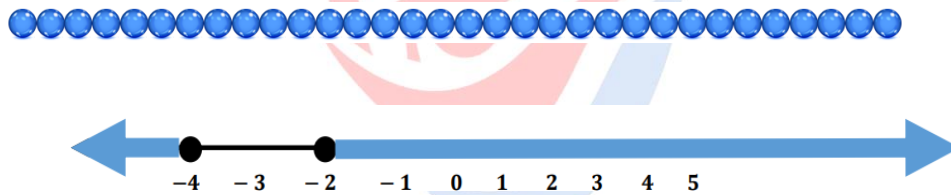
$$\frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{نجد معدل القيمتين أي أن :}$$

ثم نطرح (1) من جميع المتباينة :

$$x > -2 \quad \text{أو} \quad x < 4$$

$$x - 1 > -2 - 1 \quad \text{أو} \quad x - 1 < 4 - 1$$

$$x - 1 > -3 \quad \text{أو} \quad x - 1 < 3 \quad \rightarrow \quad |x - 1| > 3$$



تمرين

24

الرسم البياني يمثل اتحاد (أو)

$$x \geq -4 \quad \text{أو} \quad x \leq -2 \quad \text{المتباينة}$$

$$\frac{-4-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{نجد معدل القيمتين أي أن :}$$

ثم نطرح (-3) من جميع لمتباينة :

$$x \geq -4 \quad \text{أو} \quad x \leq -2$$

$$x - 3 \geq -4 - (-3) \quad \text{أو} \quad x - 3 \leq -2 - (-3)$$

$$x - 3 \geq -1 \quad \text{أو} \quad x - 3 \leq 1$$

$$|x - 3| \geq 1$$

إذا طلب المعدل أو المدى الطبيعي يكون الحل ب (و) أما إذا كان غير طبيعي يكون الحل (او)

تدرب وحل المسائل الحياتية

25 اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل كل مسألة مما يأتي

الغرير : حيوان الغرير هو أحد أنواع الثدييات ينتمي الى شعبة الحلييات ويمتلك قوائم قصيرة نوعا ما ويعيش في الحفر التي يحفرها في الأرض طول جسمه من الرأس الى الذيل يصل ما بين 68cm , 76cm . اكتب مدى طول الغرير .

نفرض طول الغرير X

$$68 \leq x \leq 76 \quad \text{المتباينة}$$

$$\frac{68+76}{2} = \frac{144}{2} = 72 \quad \text{نجد معدل القيمتين أي أن :}$$

ثم نطرح (72) من جميع المتباينة :

$$68 \leq x \leq 76$$

$$68 - 72 \leq x - 72 \leq 76 - 72$$

$$-4 \leq x - 72 \leq 4$$

$$|x - 72| \leq 4$$



26

صحة : معدل النبض (عدد دقات القلب) الطبيعي للإنسان البالغ يتراوح بين 60 الى

90 نبضة في الدقيقة . اكتب مدى عدد الدقات غير الطبيعية لقلب الانسان .

الحل : نفرض عدد دقات القلب غير الطبيعية X

$$x < 60 \quad \text{أو} \quad x > 90 \quad \text{المتباينة}$$

$$\frac{60+90}{2} = \frac{150}{2} = 75 \quad \text{نجد معدل القيمتين أي أن :}$$

ثم نطرح (75) من جميع المتباينة :

$$x < 60$$

أو

$$x > 90$$

$$x - 75 < 60 - 75$$

أو

$$x - 75 > 90 - 75$$

$$x < -15$$

أو

$$x > 15$$

$$|x - 75| > 15$$

27

مواصلات : تطير الطائرات المدنية على ارتفاع يتراوح ما بين 8km الى 10km اذ تعد

منطقة جوية معتدلة . اكتب مدى منطقة الطيران المدنية .

الحل : نفرض مدى منطقة الطيران X

$$8 < x < 10$$

المتباينة

$$\frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

نجد معدل القيمتين أي أن :

ثم نطرح (9) من جميع المتباينة :

$$8 < x < 10$$

$$8 - 9 < x - 9 < 10 - 9$$

$$-1 < x < 1$$

$$|x - 9| < 1$$



فكر

تحد : حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

تمرين

28

نضرب $\sqrt{2}$ في للتخلص من الكسر

نبسط الجذور

نقلب $\sqrt{3}$ على الطرفين

نقوم بعمليات الجمع والطرح

بالقسمة على $\sqrt{3}$

$$\left| \frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}} \right| \leq \sqrt{6}$$

$$-\sqrt{6} \leq \frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{6} \quad \} \times \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{12} \leq \sqrt{3}x + \sqrt{3} \leq \sqrt{12}$$

$$-2\sqrt{3} \leq \sqrt{3}x + \sqrt{3} \leq 2\sqrt{3}$$

$$-2\sqrt{3} - \sqrt{3} \leq \sqrt{3}x \leq 2\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3} \leq \sqrt{3}x \leq \sqrt{3} \quad \} \div \sqrt{3}$$

$$-1 \leq x \leq 1$$

$$S = \{x : -1 \leq x \leq 1\}$$



$$\left| \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \right| \geq \sqrt{15}$$

$$\frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \geq \sqrt{15}$$

أو

$$\frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \leq -\sqrt{15} \quad \} \times \sqrt{5}$$

$$\sqrt{12} - \sqrt{3}y \geq \sqrt{75}$$

أو

$$\sqrt{12} - \sqrt{3}y \leq -\sqrt{75}$$

$$2\sqrt{3} - \sqrt{3}y \geq 5\sqrt{3}$$

أو

$$2\sqrt{3} - \sqrt{3}y \leq -5\sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3}y \geq 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \quad \text{أو} \quad -\sqrt{3}y \leq -5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3}y \geq 3\sqrt{3} \quad \text{أو} \quad -\sqrt{3}y \leq -7\sqrt{3} \} \div (-\sqrt{3})$$

$$y \geq 7 \quad \text{أو} \quad y \leq -3$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -3\} \cup \{y : y \geq 7\}$$

29

أصح الخطأ : قالت خلود أن متباينة القيمة المطلقة $|6 - 3y| \geq 7$ تمثل متباينة مركبة بعلاقة (و) ومجموعة الحل لها : $\{y : -\frac{1}{3} \leq y \leq \frac{13}{2}\}$. بين خطأ خلود وصححه .
الحل : المتباينة تمثل متباينة مركبة بعلاقة (أو)

$$6 - 3y \geq 7 \quad \text{أو} \quad 6 - 3y \leq -7$$

$$-3y \geq 7 - 6 \quad \text{أو} \quad -3y \leq -7 - 6$$

$$-3y \geq 1 \quad \text{أو} \quad -3y \leq -13 \} \div (-3)$$

$$y \leq \frac{-1}{3} \quad \text{أو} \quad y \geq \frac{13}{3}$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y \leq -\frac{1}{3}\right\} \cup \left\{y : y \geq \frac{13}{3}\right\}$$

30

حس عددي : اكتب مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة التالية في مجموعة الأعداد الحقيقية :

i) $|Z| - 1 < 0$

$$|Z| < 1$$

$$-1 < Z < 1$$

$$S = \{Z : -1 < Z < 1\}$$



ii) $|y| > 0$

$y > 0$ أو $y < 0$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y > 0\} \cup \{y : y < 0\}$

iii) $|x - 1| > 0$

$x - 1 > 0$ أو $x - 1 < 0 \Rightarrow x > 1$ أو $x < 1$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > 1\} \cup \{x : x < 1\}$



أكتب متباينة قيمة مطلقة تمثل موقفاً من واقع الحياة ومثل الحل على مستقيم الأعداد
الضغط الدم الطبيعي لدى الإنسان يتراوح بين 120 الى 180 . أحسب مدى ضغط الدم غير
الطبيعي .

نفرض مدى ضغط الدم هو x
المتباينة التي تمثل ضغط الدم غير الطبيعي هي :

$x > 180$ أو $x < 120$

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{120+180}{2} = \frac{300}{2} = 150$

ثم نطرح (150) من جميع المتباينة :

$x - 150 > 180 - 150$ أو $x - 150 < 120 - 150$

$x - 150 > 30$ أو $x - 150 < -30$

$|x - 150| > 30$

تم الفصل الأول والله الحمد ... اسئلكم الدعاء لوالدي بالرحمة
والمغفرة

الرياضيات

شرح مفصل للمادة .. حل جميع التمارين ... حل جميع الـوزاريات

2
0
2
5

الفصل الثاني

الرياضيات

الاستاذ

محمد عبد الكريم

البصرة متوسطة التحرير ... 07722928858

ضرب المقادير الجبرية

مراجعة

1 لا يمكن الجمع والطرح الا اذا كانت الحدود متشابهة

2 بالجمع والطرح نجمع ونطرح المعاملات فقط ويبقى المتغير نفسه

$$2x + 3x = 5x$$

3 المتغير الذي لا يحتوي على عدد يكون معاملته يساوي 1

$$x + 2x = 3x$$

في المثالين القادمين لا يمكن الجمع والطرح لان المتغيرات مختلفة

$$2x + 3y$$

$$x^2 + x$$

عند الضرب والقسمة

$$x^3 \times x^2 = x^5$$

1 عند الضرب نجمع الأسس

$$x \times x^3 = x^4$$

2 المتغير الذي لا يحتوي على اس هذا يعني بانه مرفوع للاس 1

$$x^3 \div x^2 = x$$

3 عند القسمة نطرح الأسس

4 عند الضرب نضرب المعاملات ونجمع الأسس للمتغيرات المتشابهة

$$3x^2 \times 2x^3 = 6x^5$$

5 اذا كانت المتغيرات مختلفة نضرب المعاملات فقط ونكتب المتغيرات نفسها

$$2y^2 \times 3x^2 = 6x^2y^2$$

6 لا يمكن الاختصار بين البسط والمقام في الحالات التالية

$$\frac{2x+2}{x} \text{ او } \frac{3}{x-3}$$

$$\frac{3xy}{x} = 3y$$

هنا يمكن الاختصار مثل

$$x^0 = 1$$

7 أي عدد او متغير مرفوع لاس صفرالناتج يساوي واحد



ضرب المقادير الجبرية

الحالة الاولى

ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من حدين

اولا اذا كان السؤال قوسين مختلفين

مثال

$$(x+3)(x+5) =$$

$$x^2 + 5x + 3x + 15$$

$$= x^2 + 8x + 15$$

نقوم بالتوزيع

نجمع الحدود المتشابهة

$$(x + 2)(x - 6) =$$

نقوم بالتوزيع

مثال

$$= x^2 - 6x + 2x - 12$$

$$= x^2 - 4x - 12$$



$$(x - 1)(x - 4) =$$

نقوم بالتوزيع

مثال

$$= x^2 - 4x - x + 4$$

نجمع الحدود المتشابهة

$$= x^2 - 5x + 4$$

الدور الثاني 2021



$$(3y + 1)(y + 2) =$$

نقوم بالتوزيع

مثال

$$= 3y^2 + 6y + y + 2$$

نجمع الحدود المتشابهة

$$= 3y^2 + 7y + 2$$



$$(n - \sqrt{3})(5n - \sqrt{3}) =$$

الدور الثالث 2021

مثال

$$= 5n^2 - \sqrt{3}n - 5\sqrt{3}n + 3$$

$$= 5n^2 - 6\sqrt{3}n + 3$$



جد حاصل ضرب مقدار جبري في مقدار جبري من حدين

تمرين

4

$$(v + 5)(v + 1) =$$

نقوم بالتوزيع

$$= v^2 + v + 5v + 5$$

نجمع الحدود المتشابهة

$$= v^2 + 6v + 5$$

$$(x - 3)(x - 2) =$$

نقوم بالتوزيع

تمرين

5

$$= x^2 - 2x - 3x + 6$$

نجمع الحدود المتشابهة

الدور الأول 2021

$$= x^2 - 5x + 6$$

$$(3x - 4)(x + 5) =$$

تمرين

6

$$= 3x^2 + 15x - 4x - 20$$

الدور الثالث 2021

$$= 3x^2 + 11x - 20$$

تمرين

7

$$\left(\frac{1}{3}y + 3\right)\left(\frac{1}{3}y + 3\right) =$$

نقوم بالتوزيع

تمهيدي 2023

$$= \frac{1}{9}y^2 + \frac{1}{3} \cdot 3y + \frac{1}{3} \cdot 3y + 9$$

$$= \frac{1}{9}y^2 + y + y + 9$$

نجمع الحدود المتشابهة

$$= \frac{1}{9}y^2 + 2y + 9$$

15

$$(2x - 3)(x + 9) =$$

نقوم بالتوزيع

$$= 2x^2 + 18x - 3x - 27$$

نطرح الحدود المتشابهة

$$= 2x^2 + 15x - 27$$

17

$$(4 - y)(5 - y) =$$

نقوم بالتوزيع

$$= 20 - 4y - 5y + y^2$$

نجمع الحدود المتشابهة

$$= 20 - 9y + y^2$$

الدور الثاني 2019

$$(3y - 4)(y + 3) =$$

الدور الاول 2022

$$(5x - 2)(x + 1) =$$

واجب

$$(x - 1)(x - 4) =$$

الدور الثاني 2021

الحالة الثانية

اذا كان السؤال قوسين متشابهين ومختلفين بأشارة الحد الاوسط

طريقة الحل : نأخذ احد القوسين ونربع الحد الأول ثم إشارة سالبة ثم نربع الحد الثاني

$$(2x - 7)(2x + 7) =$$

مثال

$$= (2x)^2 - (7)^2 = 4x^2 - 49$$

الجزر التربيعي يلغى مع التربيع

$$(v + \sqrt{2})(v - \sqrt{2}) =$$

مثال

$$= v^2 - (\sqrt{2})^2 = v^2 - 2$$

تمرين

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

1

$$(x + 3)(x - 3) =$$

قوسين متشابهين ومختلفين بأشارة الحد الأوسط

$$= x^2 - 3^2 = x^2 - 9$$

تمرين
3

$$(z + \sqrt{5})(z - \sqrt{5}) =$$

قوسين متشابهين ومختلفين بأشارة الحد الأوسط

$$= z^2 - (\sqrt{5})^2 = z^2 - 5$$

الدور الثالث 2023

تمرين
16

$$(y + \sqrt{6})(y - \sqrt{6}) =$$

قوسين متشابهين ومختلفين بأشارة الحد الأوسط

$$= y^2 - (\sqrt{6})^2 = y^2 - 6$$

الدور الثالث 2021

$$(y + 10)(y - 10)$$

$$(5 - x)(5 + x)$$

واجب

الحالة الثالثة

إذا كان السؤال قوس مرفوع للأس التربيعي

أما ان نستخدم طريقة التوزيع.. وذلك بفتح القوس الى قوسين متشابهين ثم نقوم بالتوزيع او نستخدم قانون مربع الحداية

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 , \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(\text{الثاني} \pm \text{الاول})^2 = (\text{الاول})^2 \pm 2(\text{الثاني} \times \text{الاول}) + (\text{الثاني})^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

مثال

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(Z + 3)^2 = Z^2 + 6Z + 9$$

$$(h - 5)^2 = h^2 - 10h + 25$$



$$(\sqrt{7} - h)^2 = 7 - 2\sqrt{7}h + h^2$$

تمرين
2



$$(n - 6)^2 = n^2 - 12n + 36$$

تمرين
4

ضرب مقدار جبري من حدين في اخر من ثلاثة حدود



يمكن حل هذا الموضوع بطريقتين

اولا التوزيع

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) =$$

$$x^3 - 2x^2 + 4x + 2x^2 - 4x + 8 = x^3 + 8$$



ثانياً

: طريقة عكس قانون فرق ومجموع مكعبين

طريقة الحد

ناخذ القوس الصغير ثم نكعب الحد الأول ونضع نفس الإشارة

ثم مكعب الحد الثاني (دون استعمال القوس الكبير ابدا)



$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$$

مثال

هل من الممكن دائما استعمال هذه الطريقة



تستعمل هذه الطريقة عندما تكون الإشارة في الوسط مختلفة للقوسين

(علما بأن جميع التمارين يمكن استخدام هذه الطريقة معها)

الدور الاول 2021

مثال

$$(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27$$



$$(2v + 5)(4v^2 - 10v + 25) = (2v)^3 + 5^3 = 8v^3 + 125$$



$$\left(\frac{1}{3} - Z\right)\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}Z + Z^2\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - Z^3 = \frac{1}{27} - Z^3$$



$$\left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}} + v\right)\left(\sqrt[3]{\frac{9}{25}} - \sqrt[3]{\frac{3}{5}}v + v^2\right) = \left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\right)^3 - v^3 = \frac{3}{5} + v^3$$

الجزر التكعيبي يلقى مع التكعب



$$(x - \sqrt[3]{2})(x^2 + \sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{4}) = x^3 - (\sqrt[3]{2})^3 = x^3 - 2$$

الجزر التكعيبي يلقى مع التكعب

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود :

تمرين

$$(y + 2)(y^2 - 2y + 4) = y^3 + 2^3 = y^3 + 8$$

8

تمرين

$$(2Z + 4)(4Z^2 - 8Z + 16) = (2Z)^3 + 4^3 = 8Z^3 + 64$$

9

تمرين

$$(v - \sqrt[3]{3})(v^2 + \sqrt[3]{3}v + \sqrt[3]{9}) = v^3 - (\sqrt[3]{3})^3 = v^3 - 3$$

الجزر التكعيبي يلقى مع التكعيب

10

الدور الأول 2023

$$\left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}} + m\right)\left(\sqrt[3]{\frac{4}{49}} - \sqrt[3]{\frac{2}{7}}m + m^2\right) = \left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}}\right)^3 + m^3 = \frac{2}{7} + m^3$$

11

$$(x + 6)(x^2 - 6x + 36) = x^3 + 6^3 = x^3 + 216$$

18

$$(x - \sqrt[3]{4})(x^2 + \sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16}) = x^3 - (\sqrt[3]{4})^3 = x^3 - 4$$

20

$$\left(\sqrt[3]{\frac{1}{5}} + n\right)\left(\sqrt[3]{\frac{1}{25}} - \sqrt[3]{\frac{1}{5}}n + n^2\right) = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\right)^3 + n^3 = \frac{1}{5} + n^3$$

21

$$(3y - 2)(9y^2 + 6y + 4) =$$

الدور الثاني 2023

واجب

واجب

$$\left(\sqrt[3]{\frac{1}{7}} + x\right)\left(\sqrt[3]{\frac{1}{49}} + \sqrt[3]{\frac{1}{7}}x + x^2\right)$$



مكعب الحدانية

شكل السؤال قوس مرفوع للأس 3 (تكعيب)

$$(y + 2)^3 =$$

$$= (y + 2)(y + 2)^2$$

$$= (y + 2)(y^2 + 4y + 4)$$

$$= y^3 + 4y^2 + 4y + 2y^2 + 8y + 8$$

$$= y^3 + 6y^2 + 12y + 8$$

نجزء الاس التكعيبي الى جزئين

نفتح القوس المرفوع الى التربيع كمربع حدانية

نوزع القوس الصغير على الكبير

نجمع و نطرح الحدود المتشابهة

خارج العراق 2019

ملاحظة : في الخطوة الثالثة أعلاه لا يمكن استعمال عكس قانون فرق ومجموع مكعبين لان إشارة الحد الثاني للقوسين متشابهة



$$(Z - 3)^3 =$$

$$= (Z - 3)(Z - 3)^2$$

$$= (Z - 3)(Z^2 - 6Z + 9)$$

$$= Z^3 - 6Z^2 + 9Z - 3Z^2 + 18Z - 27$$

نجزء الاس التكعيبي الى جزئين

نفتح القوس المرفوع الى التربيع كمربع حدانية

نوزع القوس الصغير على الكبير

نجمع ونطرح الحدود المتشابهة

$$= Z^3 - 9Z^2 + 27Z - 27$$

ملاحظة من اكثر الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في حالة كون السؤال عملية طرح هو الخطأ

في الإشارات ... لذلك في الخطوتين الأخيرتين يكون تسلسل الإشارات كالآتي

سالب → موجب → سالب → موجب → سالب → موجب

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^3 =$$

نجزء الاس التكعيبي الى جزئين

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

نفتح القوس المرفوع الى التربيع كمربع حدانية

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x^2 + 2 \times \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)$$

نوزع القوس الصغير على الكبير

$$= x^3 + x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}$$

$$= x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}$$

من الممكن عدم استخدام قانون مربع الحدانية وذلك بالتجزئة

ملاحظة

الى ثلاثة اقواس لاحظ المثال

$$(y - 5)^3 =$$

نجزء الاس التكعيبي الى ثلاثة اقواس

$$= (y - 5)(y - 5)(y - 5)$$

نوزع القوسين الأخيرين على بعضهم

$$= (y - 5)(y^2 - 5y - 5y + 25)$$

نجمع الحدود المتشابهة

$$= (y - 5)(y^2 - 10y + 25)$$

نوزع القوس الصغير على الكبير

$$= y^3 - 10y^2 + 25y - 5y^2 + 50y - 125$$

$$= y^3 - 15y^2 + 75y - 125$$



تمرين
12

$$(x + 5)^3 =$$

$$= (x + 5)(x + 5)^2$$

نجزء الاس التكعيبي الى جزئين

$$= (x + 5)(x^2 + 10x + 25)$$

نوزع القوس الصغير على الكبير

$$= x^3 + 10x^2 + 25x + 5x^2 + 50x + 125$$

نجمع ونطرح الحدود المتشابهه

$$= x^3 + 15x^2 + 75x + 125$$



تمرين
13

$$(y - 4)^3 =$$

$$= (y - 4)(y - 4)^2$$

نجزء الاس التكعيبي الى جزئين

$$= (y - 4)(y^2 - 8y + 16)$$

نوزع القوس الصغير على الكبير

$$= y^3 - 8y^2 + 16y - 4y^2 + 32y - 64$$

نجمع ونطرح الحدود المتشابهه

$$= y^3 - 12y^2 + 48y - 64$$

الدور الثاني 2022



تمرين
19

$$(Z - 3)^3 =$$

$$= (Z - 3)(Z - 3)^2$$

نجزء الاس التكعيبي الى جزئين

نوزع القوس الصغير على الكبير

$$= (Z - 3)(Z^2 - 6Z + 9)$$

$$= Z^3 - 6Z^2 + 9Z - 3Z^2 + 18Z - 27$$

نجمع ونطرح الحدود المتشابهة

$$= Z^3 - 9Z^2 + 27Z - 27$$

$$(Z - \sqrt{5})^3 =$$

$$(x + 6)^3 =$$

$$\left(y - \frac{1}{3}\right)^3 =$$

واجب

من الممكن استخدام القانون الآتي للتأكد من صحة الحل

ملاحظة

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(Z + 3)^3 = z^3 + 3z^2(3) + 3z(3)^2 + 3^3$$

$$= z^3 + 9z^2 + 27z + 27$$



أما إذا كانت العملية داخل القوس طرح تكون الإشارات

سالب → موجب → سالب → موجب

تدريب

تدرب وحل المسائل الحياتية

22

مسبح : يعد فندق بغداد أحد الفنادق السياحية المهمة في العاصمة العراقية بغداد يبلغ طول المسبح فيه $(x + 9)$ امتار وعرضه $(x + 1)$ متر ومحاط بممر عرضه 1 متر . اكتب مساحة المسبح مع الممر بأبسط صورة .

الطول $x + 9 + 1 + 1 = x + 11$ ، العرض $x + 1 + 1 + 1 = x + 3$

فصل 2019

مساحة المسبح = الطول × العرض

$$A = (x + 11)(x + 3) = x^2 + 3x + 11x + 33 = x^2 + 14x + 33$$



23

تأريخ : تقع مدينة بابل شمال مدينة الحلة في العراق حيث عاش البابليون فيها منذ 3000 سنة قبل الميلاد تقريبا . وقد بنوا سنة 575 م بوابة عشتار التي تعد البوابة الثامنة في سور مدينة بابل . رسم وائل لوحة فنية تمثل بوابة عشتار بالأبعاد $(y - 4)$, $(y - 7)$ سنتمترات . اكتب مساحة اللوحة التي رسمها وائل بأبسط صورة

مساحة اللوحة = الطول × العرض

$$A = (y - 4)(y - 7) = y^2 - 7y - 4y + 28 = y^2 - 11y + 28$$



24

أسماك زينة : حوض سمك زينة مكعب الشكل طول ضلعه $(v + 3)$ سنتمتر . اكتب حجم حوض الزينة بأبسط صورة .

$$V = L^3 = (v + 3)^3 = (v + 3)(v + 3)^2$$

$$= (v + 3)(v^2 + 6v + 9)$$

$$= v^3 + 6v^2 + 9v + 3v^2 + 18v + 27$$

$$= v^3 + 9v^2 + 27v + 27$$



تصريح

25

الدور الثاني 2022

فكر

تحذ : جد ناتج كل مما يلي بأبسط صورة :

$$i) (x + 1)^2 - (x - 2)^2 =$$

نفتح كل قوس مربع حدانية

$$= x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 4x + 4)$$

ندخل الإشارة السالبة على القوس

$$= \cancel{x^2} + 2x + 1 - \cancel{x^2} + 4x - 4 = 6x - 3$$

تمرين

26

أصح الخطأ : كتبت نسرین ناتج ضرب المقدارين الجبريين كالآتي :

$$(\sqrt{5}h - 4)(h - 6) = 5h^2 + 10h - 24 \quad \text{حدد خطأ نسرین وصححه}$$

$$(\sqrt{5}h - 4)(h - 6) =$$

$$= \sqrt{5}h^2 - 6\sqrt{5}h - 4h + 24$$

$$= \sqrt{5}h^2 - (6\sqrt{5} + 4)h + 24$$

تمرين

27

حس عددي : أي العددين أكبر ؟ العدد $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ أم العدد $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$. وضع اجابتك

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$\text{العدد } (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 \text{ أكبر من العدد } (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$$

$$\left(2Z + \frac{1}{2}\right)\left(2Z - \frac{1}{2}\right)$$

أكتب ناتج ضرب المقدارين الجبريين :

$$\left(2Z + \frac{1}{2}\right)\left(2Z - \frac{1}{2}\right) =$$

$$(2Z)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4Z^2 - \frac{1}{4}$$



الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

تحليل المقادير الجبرية بالعامل المشترك

طريقة الحل

نختار **اصغر عدد** في المقدار بحيث يقبل القسمة على الجميع بدون باقي. نختار المتغير صاحب **اصغر اس** في المقدار نقسم اصغر عدد و اصغر متغير على كل المقدار ونضع الناتج داخل قوس

ملاحظة

المتغير الذي لا يحتوي اس مثل **x** هذا يعني الاس يساوي **واحد**

مثال

حل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل

$$6x^3 + 12x^2 - 24x =$$

اصغر عدد هو ال 6 يقبل القسمة على 6 و 12 و 24 بدون باقي

$$6x^3 \div 6x^2 \div 6x^2$$

اصغر متغير هو x

$$= 6x(x^2 + 2x - 4)$$



مثال

$$6x^3 + 9x^2 - 18x$$

اصغر عدد هو ال 6 لكنه لا يقبل القسمة على 9 بدون باقي

$$3x^3 \div 3x^2 \div 3x^2$$

نختار عدد اصغر من 6 يقبل القسمة على كل المقدار وهو 3

اصغر متغير هو x

$$= 3x(2x^2 + 3x - 6)$$

اذن العامل المشترك هو 3x نقسم كل المقدار على 3x

التحقق نوزع العامل المشترك على القوس ... يجب ان يكون ناتج التوزيع مشابه لصيغة السؤال

$$3x(2x^2 + 3x - 6) =$$

$$3x(2x^2) + 3x(3x) - 3x(6) = 6x^3 + 9x^2 - 18x$$

تمرين
1

الدور الثاني 2021

$$9x^2 - 21x =$$

$3x \div$

$3x \div$

اصغر متغير هو x

اصغر عدد هو ال 9 لكنه لا يقبل القسمة على 21 بدون باقي

نختار عدد اصغر من 9 يقبل القسمة على كل المقدار وهو 3

اذن العامل المشترك هو $3x$ نقسم كل المقدار على $3x$

$$= 3x(3x - 7)$$

2

$$10 - 15y + 5y^2 =$$

$5 \div$

$5 \div$

$5 \div$

اصغر عدد هو ال 5 يقبل القسمة على 5 و 15 و 10 بدون باقي

اصغر متغير هو y ... لكنه غير موجود في كل الحدود

اذن العامل المشترك هو 5 نقسم كل المقدار على 5

$$= 5(2 - 3y + y^2)$$

3

$$14Z^4 - 21Z^2 - 7Z^3 =$$

$\div$

$7Z^2$

$\div$

$7Z^2$

$\div$

$7Z^2$

اصغر عدد هو ال 7 يقبل القسمة على 7 و 21 و 14 بدون باقي

اصغر متغير هو Z^2

اذن العامل المشترك هو $7Z^2$ نقسم كل المقدار على $7Z^2$

$$= 7Z^2(2Z^2 - 3 - Z)$$

17

$$12y^3 - 21y^2 =$$

$\div$

$3y^2$

$\div$

$3y^2$

نختار عدد اصغر من 12 يقبل القسمة على كل المقدار وهو 3

اصغر متغير هو y^2

$$= 3y^2(4y - 7)$$



$$5t^3 + 10t^2 - 15t =$$

$$12t^2 + 18t - 24 =$$



قد يكون السؤال يحتوي على اقواس ... فنقوم أولاً بالتخلص من الاقواس

ثم نستخرج العامل المشترك

مثال

$$6v^2(3v - 6) + 18v =$$

نوزع الـ $6v^2$ على القوس

$$= 18v^3 - 36v^2 + 18v$$

اصغر عدد هو الـ 18 يقبل القسمة على 18 و 36 و 18 بدون باقي

÷

÷

÷

18v

18v

18v

اصغر متغير هو v

$$= 18v(v^2 - 2v + 1)$$

اذن العامل المشترك هو 18v نقسم كل المقدار على 18v



مثال

$$\sqrt{12} y^2 Z + \sqrt{2}(\sqrt{6} yZ^2 - \sqrt{24} yZ) =$$

نتخلص من الاقواس .. نوزع الـ $\sqrt{2}$ على القوس

اصغر متغير هو yz

$$= 2\sqrt{3} y^2 Z + \sqrt{12} yZ^2 - \sqrt{48} yZ$$

نبسط الجذور كما تعلمنا في الفصل الأول

اصغر عدد هو الـ $2\sqrt{3}$

$$= 2\sqrt{3} y^2 Z + 2\sqrt{3} yZ^2 - 4\sqrt{3} yZ$$

اذن العامل المشترك $2\sqrt{3} yz$ نقسم كل المقدار على $2\sqrt{3} yz$

$$= 2\sqrt{3} yZ(y + Z - 2)$$

التحقق

$$2\sqrt{3} yZ(y + Z - 2) = 2\sqrt{3} y^2Z + 2\sqrt{3} yZ^2 - 4\sqrt{3} yZ$$

تمرين

4

حل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل :

$$\sqrt{8} t^2r + \sqrt{2}(tr^2 - \sqrt{3} tr)$$

نتخلص من الأقواس .. نوزع ال $\sqrt{2}$ على القوس

$$= 2\sqrt{2} t^2r + \sqrt{2} tr^2 - \sqrt{2}\sqrt{3} tr$$

اصغر عدد هو ال $\sqrt{2}$

$$= \sqrt{2} tr(2t + r - \sqrt{3})$$

اصغر متغير هو tr

اذن العامل المشترك هو $\sqrt{2} tr$ نقسم كل المقدار على $\sqrt{2} tr$

تمرين

18

الدور الاول 2024

$$6v^2(3v - 6) + 18v =$$

نوزع ال $6v^2$ على القوس

$$= 18v^3 - 36v^2 + 18v$$

اصغر متغير هو v

اصغر عدد هو ال 18 يقبل القسمة على 18 و 36 بدون باقي

$$\begin{array}{ccc} \div & \div & \div \\ 18v & 18v & 18v \end{array}$$

اذن العامل المشترك هو $18v$ نقسم كل المقدار على $18v$

$$= 18v(v^2 - 2v + 1)$$

واجب

$$\sqrt{18} z^3r + \sqrt{2}(zr^2 - zr) =$$

$$\sqrt{12} n^3r + \sqrt{3}(nr^3 - \sqrt{2} nr)$$

كيف اعرف ان السؤال يحل بطريقة العامل المشترك

سؤال



الجواب اذا كان السؤال مباشر قد يذكر بالسؤال حل بالعامل المشترك او يحتوي السؤال

على اكثر من متغير مثل x, y او يحتوي على الاس **التكعيبي والتريعي** معاً او

يحتوي على اقواس ويكون من حدين او ثلاثة حدود



ملاحظة في مواضيع الفصل الثاني والفصل الثالث من المهم دائماً قبل الحل

البحث عن وجود العامل المشترك...لانه في بعض الأحيان يكون مفتاح الحل من خلاله



تحليل مقدار جيري بأستعمال ثنائية الحد

حل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

طريقة الحد

نكتب احد القوسين في البداية ونضع الحدود الجبرية خارج الاقواس داخل قوس... تابع الامثلة

مثال

$$5x(x + 3) - 7(x + 3) =$$

نسحب احدى القوسين المتشابهين كعامل مشترك ..ونضع المتبقي داخل قوس

$$= (x + 3)(5x - 7)$$



$$\frac{1}{2}(y - 1) + \frac{1}{3}y^2(y - 1) =$$

مثال

نسحب احدى القوسين المتشابهين كعامل مشترك ..ونضع المتبقي داخل قوس

$$= (y - 1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}y^2\right)$$



$$\sqrt{3}v^2(Z + 2) - \sqrt{5}v(Z + 2) =$$

نسحب احدى القوسين المتشابهين كعامل مشترك ..ونضع المتبقي داخل قوس

$$= v(Z + 2)(\sqrt{3}v^2 - \sqrt{5})$$

مثال

حل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

تعيين

$$3y(y - 4) - 5(y - 4)$$

5

$$= (y - 4)(3y - 5)$$



6

$$\frac{1}{4}(t + 5) + \frac{1}{3}t^2(t + 5)$$

$$= (t + 5)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}t^2\right)$$



7

$$\sqrt{2}n(x + 1) - \sqrt{3}m(x + 1)$$

الدور الأول 2023

$$= (x + 1)(\sqrt{2}n - \sqrt{3}m)$$



8

$$2x(x^2 - 3) + 7(x^2 - 3)$$

الدور الثاني 2021

$$= (x^2 - 3)(2x + 7)$$



19

$$\frac{1}{7}(y + 1) + \frac{1}{3}y^2(y + 1) =$$

$$= (y + 1)\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}y^2\right)$$



$$\sqrt{3}k(x^2 + 1) - \sqrt{5}v(x^2 + 1) =$$

واجب



تحليل مقدار جبري بأستعمال التجميع

طريقة الحد

المقدار متكون من أربعة حدود لذلك نستخرج العامل المشترك لكل حدين على حده

ثم نستعمل الطريقة السابقة (ثنائية الحد)

مثال حل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل : **الدور الثالث 2019**

$$4x^3 - 8x^2 + 5x - 10 =$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= (4x^3 - 8x^2) + (5x - 10)$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= 4x^2(x - 2) + 5(x - 2)$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= (x - 2)(4x^2 + 5)$$

مثال

$$\sqrt{2} h^2 t + \sqrt{3} t^2 v - \sqrt{8} h^2 v - \sqrt{12} v^2 t$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= (\sqrt{2} h^2 t - \sqrt{8} h^2 v) + (\sqrt{3} t^2 v - \sqrt{12} v^2 t)$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= (\sqrt{2} h^2 t - 2\sqrt{2} h^2 v) + (\sqrt{3} t^2 v - 2\sqrt{3} v^2 t)$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= \sqrt{2} h^2 (t - 2v) + \sqrt{3} tv(t - 2v)$$

$$(t - 2v)(\sqrt{2} h^2 + \sqrt{3} tv)$$

لمعرفة الموضوع يحل بطريقة التجميع
يكون السؤال من 4 حدود

في السؤال السابق .. كذلك من الممكن ان نأخذ العامل المشترك بين احد الأول والثاني وبين الثالث والرابع

مثال حل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل :

$$\begin{aligned} 5x^3 - 10x^2 + 10x - 20 &= \\ &= (5x^3 - 10x^2) + (10x - 20) \\ &= 5x^2(x - 2) + 10(x - 2) \\ &= (x - 2)(5x^2 + 10) \end{aligned}$$

نأخذ كل حدين مع بعض

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

نستعمل طريقة ثنائية الحد

تعميرين
1

حل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل :

$$\begin{aligned} 3y^3 - 6y^2 + 7y - 14 &= \\ &= (3y^3 - 6y^2) + (7y - 14) \\ &= 3y^2(y - 2) + 7(y - 2) \\ &= (y - 2)(3y^2 + 7) \end{aligned}$$

نأخذ كل حدين مع بعض

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

نستعمل طريقة ثنائية الحد

2

$$\begin{aligned} 21 - 3x + 35x^2 - 5x^3 &= \\ &= (21 - 3x) + (35x^2 - 5x^3) \\ &= 3(7 - x) + 5x^2(7 - x) \\ &= (7 - x)(3 + 5x^2) \end{aligned}$$

نأخذ كل حدين مع بعض

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

نستعمل طريقة ثنائية الحد

تمهيدي 2021

3

$$\begin{aligned} 2r^2k + 3k^2v - 4r^2v - 6v^2k &= \\ &= (2r^2k - 4r^2v) + (3k^2v - 6v^2k) \\ &= 2r^2(k - 2v) + 3kv(k - 2v) \\ &= (k - 2v)(2r^2 + 3kv) \end{aligned}$$

نأخذ الحد الأول مع الثالث والثاني مع الرابع

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

نستعمل طريقة ثنائية

من الممكن ان نأخذ الحد الاول مع الثاني والثالث مع الرابع

تمرين 12

$$3Z^3 - \sqrt{18}Z^2 + Z - \sqrt{2} =$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= (3Z^3 - \sqrt{18}Z^2) + (Z - \sqrt{2})$$

نبسط الجذور كما تعلمنا في الفصل الأول

$$= (3Z^3 - 3\sqrt{2}Z^2) + (Z - \sqrt{2})$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= 3Z^2(Z - \sqrt{2}) + 1(Z - \sqrt{2})$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= (3Z^2 + 1)(Z - \sqrt{2})$$

تمرين 20

الدور الأول 2024

حل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل :

$$5x^3 - 10x^2 + 10x - 20 =$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= (5x^3 - 10x^2) + (10x - 20)$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= 5x^2(x - 2) + 10(x - 2)$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= (x - 2)(5x^2 + 10)$$

تمرين 21

$$3t^3k + 9k^2s - 6t^3s - 18s^2k =$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= (3t^3k + 9k^2s) + (-6t^3s - 18s^2k)$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= 3k(t^3 + 3ks) - 6s(t^3 + 3ks)$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= (t^3 + 3ks)(3k - 6s)$$

إذا كانت إشارة الحد الثالث سالبة ... نسحب الإشارة السالبة عامل مشترك مع العدد

واجب

$$2y^4 - \sqrt{12}y^3 + \sqrt{2}y - \sqrt{6} =$$

$$49 - 7Z + 35Z^2 - 5Z^3 =$$

$$6x^4 - 18x^3 + 10x - 30 =$$

$$56 - 8y + 14y^2 - 2y^3 =$$

$$9x^3 - 6x^2 + 8 - 12x =$$



قصيدتي 2023

$$3x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + x - \sqrt{2}$$

$$(3x^3 - 3\sqrt{2}x^2) + (x - \sqrt{2})$$

نستخرج العامل المشترك للقوس الأول فقط

$$3x^3(x - \sqrt{2}) + (x - \sqrt{2})$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$(3x^3 + 1)(x - \sqrt{2})$$

تحليل مقدار جبري بأستعمال التجميع مع المعكوس

طريقة الحل مشابهة للطريقة السابقة مع اختلاف بسيط سوف نذكره في وقته

حل المقدار باستعمال التجميع مع المعكوس

مثال

$$14x^3 - 7x^2 + 3 - 6x =$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= (14x^3 - 7x^2) + (3 - 6x)$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= 7x^2(2x - 1) + 3(1 - 2x)$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

لاحظ بان الاقواس معكوسة .. لذلك سوف نسحب 1- عامل مشترك ... بشكل ابسط نقلب القوس الثاني مثل

القوس الأول ونعكس إشارة الوسط

$$= 7x^2(2x - 1) - 3(2x - 1)$$

$$= (2x - 1)(7x^2 - 3)$$



13

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس :

$$21y^3 - 7y^2 + 3 - 9y =$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= (21y^3 - 7y^2) + (3 - 9y)$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= 7y^2(3y - 1) + 3(1 - 3y)$$

نقلب القوس الثاني مثل القوس الأول ونعكس إشارة الوسط

$$= 7y^2(3y - 1) - 3(3y - 1)$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= (3y - 1)(7y^2 - 3)$$



14

$$\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + 5 - 10x$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= \left(\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 \right) + (5 - 10x)$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس انتبه ... $\frac{1}{4}$ اصغر من $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = 2$$

$$= \frac{1}{4}x^3(2x - 1) + 5(1 - 2x)$$

نقلب القوس الثاني مثل القوس الأول ونعكس إشارة الوسط

$$= \frac{1}{4}x^3(2x - 1) - 5(2x - 1)$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= (2x - 1) \left(\frac{1}{4}x^3 - 5 \right)$$



15 الدور الأول 2021

$$6Z^3 - 9Z^2 + 12 - 8Z =$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= (6Z^3 - 9Z^2) + (12 - 8Z)$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= 3Z^2(2Z - 3) + 4(3 - 2Z)$$

نقلب القوس الثاني مثل القوس الأول ونعكس إشارة الوسط

$$= 3Z^2(2Z - 3) - 4(2Z - 3)$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= (2Z - 3)(3Z^2 - 4)$$



16

$$5t^3 - 15t^2 - 2t + 6 =$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$= (5t^3 - 15t^2) + (-2t + 6)$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= 5t^2(t - 3) + 2(-t + 3)$$

نقلب القوس الثاني مثل القوس الأول ونعكس إشارة الوسط

$$= 5t^2(t - 3) - 2(t - 3)$$

الدور الثالث 2021

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= (t - 3)(5t^2 - 2)$$

من الممكن سحب -2 عامل مشترك من القوس الثاني



حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس :

$$12x^3 - 4x^2 + 3 - 9x =$$

نأخذ كل حدين مع بعض

$$(12x^3 - 4x^2) + (3 - 9x) =$$

نستخرج العامل المشترك الأكبر لكل قوس

$$= 4x^2(3x - 1) + 3(1 - 3x)$$

نقلب القوس الثاني مثل القوس الأول ونعكس إشارة الوسط

$$= 4x^2(3x - 1) - 3(3x - 1)$$

نستعمل طريقة ثنائية الحد

$$= (3x - 1)(4x^2 - 3)$$

الدور الثاني 2023

$$9x^3 - 6x^2 + 8 - 12x$$

$$(9x^3 - 6x^2) + (8 - 12x)$$

$$3x^2(3x - 2) + 4(2 - 3x)$$

$$3x^2(3x - 2) - 4(3x - 2)$$

$$(3x - 2)(3x^2 - 4)$$



$$4r^3 - 15r^2 - 3r + 12 =$$

$$9x^3 - 6x^2 + 8 - 12x =$$

$$\sqrt{11}z^3 - \sqrt{44}z^2 + 5(2 - z) =$$

$$20y^3 - 4y^2 + 3 - 15y =$$

$$\frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 4 - 2x =$$

واجب



تدرب وحل المسائل الحياتية

الطاقة الشمسية : الألواح الشمسية هي المكون الرئيس في أنظمة الطاقة الشمسية التي تقوم بتوليد الكهرباء وتصنع الخلايا من مواد شبه موصلة مثل السليكون تمتص الضوء من الشمس . ما أبعاد اللوح الشمسي اذا كانت مساحة $3x(x - 4) - 22(x - 4)$ أمتار مربعة ؟

$$A = 3x(x - 4) - 22(x - 4)$$

$$A = (x - 4)(3x - 22)$$

ابعاد اللوح الشمسي هي : $(x - 4)$, $(3x - 22)$

ساعة بغداد : ساعة بغداد هي مبنى مرتفع تعلوه ساعة معلقة على برج لها أربعة أوجه يقع المبنى ضمن منطقة ساحة الاحتفالات في بغداد ما نصف قطر الدائرة الداخلية للساعة اذا علمت أن مساحتها $Z^2\pi - 3Z\pi - \pi(3Z - 9)$ ؟

$$A = Z^2\pi - 3Z\pi - \pi(3Z - 9)$$

$$= Z\pi(Z - 3) - 3\pi(Z - 3)$$

$$= (Z - 3)(Z\pi - 3\pi)$$

$$A = (Z - 3)\pi(Z - 3)$$

$$A = \pi(Z - 3)^2$$

$$A = \pi r^2$$

$$r^2 = (Z - 3)^2$$

$$r = (Z - 3) \text{ نصف القطر}$$



بالمقارنة



طائر الفلامنكو : طائر الفلامنكو , من جنس النحاميات وهو من الطيور المهاجرة التي تمتاز بشكلها الجميل ولونها الوردي وتقطع مسافات بعيدة في أثناء موسم الهجرة السنوي مروراً بمنطقة الأهوار جنوبي العراق لتحصل على غذاء من المسطحات المائية . اذا كانت مساحة المسطح المائي الذي غطته طيور الفلامنكو في احد الاهوار $4y^2 + 14y + 7(2y + 7)$ أمتار مربعة . فما شكل المسطح وما أبعاده ؟

$$A = 4y^2 + 14y + 7(2y + 7)$$

$$A = 2y(2y + 7) + 7(2y + 7)$$

$$A = (2y + 7)(2y + 7)$$

شكل المسطح هو مربع . أبعاد المسطح هو : $(2y + 7)$, $(2y + 7)$



تحذ: حل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

$$5x^5y + 7y^3Z - 10x^5Z - 14Z^2y^2$$

$$= (5x^5y + 7y^3Z) + (-10x^5Z - 14Z^2y^2)$$

$$= y(5x^5 + 7y^2Z) - 2z(5x^5 + 7Zy^2)$$

$$= (y - 2Z)(5x^5 + 7y^2Z)$$



أصح الخطأ: كتبت ابتسام ناتج تحليل المقدار التالي كما يأتي :

$$\sqrt{2}t^4 - \sqrt{24}t^3 + t^2 - \sqrt{12}t = (t + 2\sqrt{3})(\sqrt{2}t^2 - t)$$

اكتشف خطأ ابتسام وصححه .

$$\sqrt{2}t^4 - \sqrt{24}t^3 + t^2 - \sqrt{12}t =$$

$$= (\sqrt{2}t^4 - 2\sqrt{6}t^3) + (t^2 - 2\sqrt{3}t)$$

$$= \sqrt{2}t^3(t - 2\sqrt{3}) + t(t - 2\sqrt{3})$$

$$= (\sqrt{2}t^3 + t)(t - 2\sqrt{3})$$



حس عددي: ما العدد المجهول في المقدار $x^2 + 3x + 5x + 15 = (x + 3)(x + \square)$

$$x^2 + 3x + 5x + 15 =$$

$$= (x^2 + 3x) + (5x + 15)$$

$$= x(x + 3) + 5(x + 3) = (x + 3)(x + 5)$$

العدد المجهول هو : 5

اكتب ناتج طرح المقدار : $(x + y)(x - y)$ من المقدار : $(x + y)(x + y)$ بأبسط صورة

$$(x + y)(x + y) - (x + y)(x - y)$$

نوزع كل قوسين على بعض

$$= x^2 + xy + xy + y^2 - (x^2 - \cancel{xy} + \cancel{xy} - y^2)$$

نوزع الإشارة السالبة على القوس

$$= \cancel{x^2} + xy + xy + y^2 - \cancel{x^2} + y^2$$

$$= 2xy + 2y^2$$

$$= 2y(x + y)$$

نسحب $2y$ عامل مشترك



Mohammed abdul ka



تحليل المقادير الجبرية بالمتطابقات

التحليل بالفرق بين مربعين

شكل السؤال غالبا يتكون من **حدين** احدهما متغير مرفوع للاس التربيعي يكون الحل بشكل قوسين مختلفين بالإشارة كما يأتي

$$(x^2 - y^2) = (x + y)(x - y)$$

حل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين :

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

$$\sqrt{9} = 3$$

مثال

$$36y^2 - z^2 = (6y + z)(6y - z)$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$49 - v^2 = (7 + v)(7 - v)$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$2 - t^2 = (\sqrt{2} + t)(\sqrt{2} - t)$$



هل يجب ان يكون العددين في الاقواس متشابهين... واذا كان العدد في السؤال ليس مربع كامل ماذا نفعل

الجواب نعم يجب ان يكونا متساويين واذا لم يكن مربع كامل نضع العدد تحت الجذر

في القوسين

$$5h^2 - 7v^2 = (\sqrt{5} h + \sqrt{7} v)(\sqrt{5} h - \sqrt{7} v)$$

الدور الاول 2019

تصريف

حل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين :

1

$$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$36 - 4x^2 = (6 + 2x)(6 - 2x)$$

2

$$\sqrt{36} = 6$$

$$h^2 - v^2 = (h + v)(h - v)$$

3

$$9m^2 - 4n^2 = (3m + 2n)(3m - 2n)$$

4

الدور الاول 2021

$$\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}\right)$$

6

حل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

$$25 - 4x^2 = (5 + 2x)(5 - 2x)$$

19

$$y^2 - 121 = (y + 11)(y - 11)$$

20

$$\sqrt{121} = 11$$

$$x^2 - 16z^2 =$$

واجب

$$3 - x^2 =$$

ملاحظة من المهم دائماً في مواضيع الفصل الثاني والثالث نبحت أولاً عن

وجود العامل المشترك حيث بعض الأسئلة لا تحل إلا بعد سحب العامل المشترك... كما

في الأسئلة القادمة

مثال

$$8x^3y - 2xy^3 =$$

نسحب عامل مشترك $2xy$

$$= 2xy(4x^2 - y^2)$$

$$= 2xy(2x + y)(2x - y)$$

$$\sqrt{4} = 2$$

تمرين 5

$$27x^3Z - 3xZ^3 =$$

نسحب عامل مشترك $3xZ$

$$= 3xZ(9x^2 - Z^2)$$

$$= 3xZ(3x + Z)(3x - Z)$$

تمارين 2024

$$12 - 3t^2 =$$

نسحب عامل مشترك 3

$$= 3(4 - t^2)$$

تمرين 21

$$= 3(2 + t)(2 - t)$$

$$8y^3x - 2x^3y =$$

نسحب عامل مشترك $2xy$

$$= 2xy(4y^2 - x^2)$$

تمرين 22

$$= 2xy(2y + x)(2y - x)$$

$$\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16} =$$

نسحب عامل مشترك $\frac{1}{16}$ لانها اصغر من $\frac{1}{4}$

تمرين
6

$$= \frac{1}{16}(4y^2 - 1)$$

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{16}{1} = 4$$

$$= \frac{1}{16}(2y + 1)(2y - 1)$$

تمرين
23

$$\frac{1}{3}z^5 - \frac{1}{12}z$$

نسحب عامل مشترك $\frac{1}{12}$ لانها اصغر من $\frac{1}{3}$

$$= \frac{1}{12}z(4z^4 - 1)$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \times \frac{12}{1} = 4$$

$$= \frac{1}{12}z(2z^2 + 1)(2z^2 - 1)$$

القوس الأول جمع لايمكن تحليله

$$= \frac{1}{12}z(2z^2 + 1)(\sqrt{2}z + 1)(\sqrt{2}z - 1)$$

$$x^3 - x =$$

الدور الثالث 2019

$$x(x^2 - 1) = (x - 1)(x + 1)$$

$$2x^2 - z^2 =$$

ثميني 2022

$$(\sqrt{2}x - z)(\sqrt{2}x + z)$$

$$2x^2 - 32 =$$

الدور الاول 2022

$$2(x^2 - 16) =$$

$$= 2(x - 4)(x + 4)$$



$$\frac{1}{16} - \frac{1}{25}x^2$$

الدور الثاني 2023

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}x\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}x\right)$$



$$\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{24}x =$$

واجب

$$12y^3z - 3yz^3 =$$



المربع الكامل

Mohammed Abdul Karim

صيغة السؤال مقدار مكون من ثلاثة حدود

غالبا يكون السؤال من شطرين .. الأول هل يمثل المقدار مربع كامل ... وان كان ذلك

يطلب تحليله

$$bx = 2\sqrt{ax^2c}$$

القانون

الحالة الاولى

في هذه الحالة المطلوب فقط تحليل المقدار

نفتح قوس ونضع جذر الحد الأول ثم إشارة الوسط ثم جذر الحد الثاني وفوق

طريقة الحل

القوس نضع الاس التربيعي

حلل المقادير الآتي

$$x^2 + 6x + 9 =$$

$$= (x + 3)^2$$

$$y^2 - 4y + 4 =$$

$$= (y - 2)^2$$

$$16Z^2 - 8Z + 4 =$$

$$= (4Z - 2)^2$$

يذكر في السؤال
حل بطريقة المربع
الكامل

الحالة الثانية

يكون السؤال هل يمثل المقدار مربع كامل وحله

طريقة الحل

نستخرج الجذر التربيعي للحد الأول ثم الجذر التربيعي للحد الأخير ثم

نضرب الجذرين معا في العدد 2 يجب ان يكون الناتج مساوي للحد الأوسط

$$x^2 + 10x + 25$$

الجذر التربيعي لـ x^2 هو x

الجذر التربيعي لـ 25 هو 5

$$x = 10x \quad 2 \times 5 \times \text{وهو مساوي للحد الأوسط}$$

اذن المقدار مربع كامل

$$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

شرحنا التحليل في الحالة السابقة

$$4 - 37v + 9v^2 =$$

الجزر التربيعي ل $9v^2$ هو $3v$

مثال

الجزر التربيعي لل 4 هو 2

$$3v = 12v \quad 2 \times 2 \times 3v$$

اذن المقدار ليس مربع كامل

$$y^2 + 14y + 36$$

الجزر التربيعي ل 36 هو 6

مثال

الجزر التربيعي ل y^2 هو y

$$y = 12y \quad 2 \times 6 \times y$$

اذن المقدار ليس مربع كامل

$$9h^2 - 6h + 3 =$$

الجزر التربيعي ل $9h^2$ هو $3h$

مثال

الجزر التربيعي لل 3 هو $\sqrt{3}$

$$3h = 6\sqrt{3}h \quad 2 \times \sqrt{3} \times 3h$$

اذن المقدار ليس مربع كامل

حل كل مقدار من المقادير التالية كمربع كامل :

تصريف

$$y^2 - 8y + 16 = (y - 4)^2$$

7

$$9Z^2 - 6Z + 1 = (3Z - 1)^2$$

8

$$v^2 + 2\sqrt{3}v + 3 = (v + \sqrt{3})^2$$

9

$$4h^2 - 20h + 25 = (2h - 5)^2$$

10

تدريب 11 حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحله :

$$x^2 + 18x + 81$$

الجزر التربيعي لل 81 هو 9

الجزر التربيعي ل x^2 هو x

$$x = 18x \quad 2 \times 9 \times \text{وهو مساوي للحد الاوسط}$$

اذن المقدار مربع كامل

$$x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$$

12

$$16 - 14v + v^2$$

الجزر التربيعي ل v^2 هو v

الجزر التربيعي لل 16 هو 4

$$v = 8v \quad 2 \times 4 \times \text{وهو مساوي للحد الاوسط}$$

اذن المقدار ليس مربع كامل

13

$$64h^2 - 48h - 9$$

المقدار ليس مربع كامل لان إشارة الحد الأخير سالبة

14

$$3 - 4\sqrt{3}t + 4t^2$$

الجزر التربيعي لل 3 هو $\sqrt{3}$

الجزر التربيعي ل $4t^2$ هو $2t$

$$2t = 4\sqrt{3}t \quad 2 \times \sqrt{3} \times \text{وهو مساوي للحد الاوسط}$$

اذن المقدار مربع كامل

$$3 - 4\sqrt{3}t + 4t^2 = (\sqrt{3} - 2t)^2$$

$$4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2$$

24

$$16n^2 + 8\sqrt{3}n + 3 = (4n + \sqrt{3})^2$$

25



$$4t^3 - 12t^2 + 9t = t(4t^2 - 12t + 9) = t(2t - 3)^2$$

26

نسحب عامل مشترك



حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله :

27

$$4x^2 + 18x + 16$$

الجزر التربيعي لل 16 هو 4

الجزر التربيعي ل $4x^2$ هو $2x$

$$2x = 16x \quad 2 \times 4 \times 2x$$

وهو غير مساوي للحد الاوسط

اذن المقدار ليس مربع كامل



28

$$y^2 + 10y + 25$$

الجزر التربيعي ل y^2 هو y

الجزر التربيعي لل 25 هو 5

$$y = 10y \quad 2 \times 5 \times y$$

وهو مساوي للحد الاوسط

اذن المقدار مربع كامل

$$y^2 + 10y + 25 = (y + 5)^2$$



29

$$2h^2 - 12h - 18$$

المقدار ليس مربع كامل لان إشارة الحد الأخير سالبة

$$4v^2 + 4v + 4$$

الجزر التربيعي ل $4v^2$ هو $2v$

الجزر التربيعي ل 4 هو 2

$$2x = 8x \quad 2 \times 2 \times 2 \text{ وهو غير مساوي للحد الاوسط}$$

اذن المقدار ليس مربع كامل



الدور الاول 2022

هل المقدار يمثل مربع كامل

$$25x^2 + 30x + 9$$

$$5x \times 3 \times 2 = 30x \text{ اذن المقدار مربع}$$

$$25x^2 + 30x + 9 = (5x + 3)^2$$



$$3 - 2\sqrt{3}Z + Z^2 =$$

$$1 - 4m + 4m^2 =$$

$$3Z^2 - 6Z + 3 =$$

$$49 - 7v + v^2 =$$

$$4x^2 - 20x + 25$$

$$64 - 84y + 9y^2$$

$$4v^2 + 4\sqrt{5}v + 5$$

واجب



الحد المفقود

شكل السؤال ثلاثة حدود احدها مفقود والمطلوب إيجاد الحد المفقود

$$ax^2 + bx + c$$

الشكل العام للمقدار الجبري من ثلاثة حدود

سوف نستخدم ثلاثة قوانين لإيجاد الحد المفقود

ملاحظة

يجب ان يكون المقدار بالشكل $ax^2 + bx + c$ أي يجب ان يكون ال x^2 في البداية و

x في الوسط و الحد المطلق (العدد) في النهاية

اولا اذا كان الحد المفقود هو الحد الأول (x^2 او y^2 او z^2)

$$ax^2 = \frac{b^2 x^2}{4c}$$

نستخدم القانون

$$\frac{(\text{الحد الثاني})^2}{4 \times \text{الحد الاخير}} = \text{الحد الاول}$$

او



ما المقصود بالقيم a, b, c المذكوره في القوانين

حيث ان a هو معامل (العدد) ال x^2

حيث ان b هو معامل (العدد) ال x

حيث ان c هو العدد المطلق (بدون متغير)

مثال جد الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحله

$$\dots\dots\dots + 8x + 16$$

$$a = a$$

$$b = 8$$

$$c = 16$$

$$ax^2 = \frac{b^2 x^2}{4c}$$

نستخدم القانون

$$ax^2 = \frac{64x^2}{4 \times 16} = \frac{64x^2}{64} = x^2$$

نعوض المعلومات في القانون

نعوض الناتج بدل الحد المفقود ثم نحله بطريقة المربع الكامل التي ذكرناها سابقا

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

انتبه ... يجب ان يحتوي الناتج النهائي على متغير مرفوع للاس التربيعي مثل x^2



تمرين 15

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحله :

$$\dots\dots\dots + 14y + 49$$

$$a = a$$

$$b = 14$$

$$c = 49$$

نعوض المعلومات في القانون

$$ay^2 = \frac{b^2 y^2}{4c}$$

$$ay^2 = \frac{14^2 y^2}{4 \times 49} = \frac{196y^2}{196} = y^2$$

$$y^2 + 14y + 49 = (y + 7)^2$$

التحليل

تمرين
32

$$25 - 20x + \dots\dots$$

نرتب المقدار الجبري

$$\dots\dots - 20x + 25$$

$$a = a$$

$$b = 20$$

$$c = 25$$

$$ax^2 = \frac{b^2x^2}{4c}$$

نعوض المعلومات في القانون

32

$$ax^2 = \frac{20^2x^2}{4 \times 25} = \frac{400x^2}{100} = 4x^2$$

$$25 - 20x + 4x^2 = (5 - 2x)^2$$

التحليل

$$81 + 18z + \dots\dots$$

$$a = a$$

$$b = 18$$

$$c = 81$$

$$az^2 = \frac{b^2z^2}{4c}$$

نعوض المعلومات في القانون

34

$$az^2 = \frac{18^2z^2}{4 \times 81} = \frac{324z^2}{324} = z^2$$

$$36 - 12x + \dots$$

الدور الثالث 2019

$$ax^2 = \frac{12^2x^2}{4 \times 36} = \frac{144x^2}{144} = x^2$$

$$a = a$$

$$b = 12$$

$$c = 36$$

$$36 - 12x + x^2 = (6 - x)^2$$

$$36 - 24x + \dots\dots\dots$$

واجب

$$\dots\dots + 8\sqrt{3}x + 3$$

ثانياً اذا كان الحد المفقود هو الحد الثاني (x او y او z)

$$bx = 2\sqrt{ax^2c}$$

نستخدم القانون

$$\text{الحد الاخير} \times \text{الحد الاول} = 2\sqrt{\text{الحد الثاني}}$$

او

الدور الاول 2021

$$25x^2 - \dots + 49$$

$$a = 25$$

$$b = b$$

$$c = 49$$

مثال

$$bx = 2\sqrt{ax^2c}$$

نعوض المعلومات في القانون

$$\text{الحد الثاني} = 2\sqrt{\text{الحد الاول} \times \text{الحد الاخير}}$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$bx = 2\sqrt{25 \times x^2 \times 49}$$

$$bx = 2 \times 5 \times x \times 7 = 70x$$

نعوض الناتج بدل الحد المفقود ثم نحله بطريقة المربع الكامل التي ذكرناها سابقاً

$$25x^2 - 70x + 49 = (5x - 7)^2$$

انتبه ... يجب ان يحتوي الناتج النهائي على متغير مرفوع للاس واحد مثل x

$$3 - \dots + 9x^2$$

17 نرتب المقدار

$$9x^2 - \dots + 3$$

$$a = 9$$

$$b = b$$

$$c = 3$$

$$bx = 2\sqrt{ax^2c}$$

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$bx = 2\sqrt{9 \times x^2 \times 3}$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$bx = 2 \times 3 \times x \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}x$$

$$3 - 6\sqrt{3}x + 9x^2 = (\sqrt{3} - 3x)^2$$



اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحله :

$$y^2 + \dots + 36$$

$$a = 1$$

$$b = b$$

$$c = 36$$

$$by = 2\sqrt{ay^2c}$$

نعوض المعلومات في القانون

$$by = 2\sqrt{1 \times y^2 \times 36}$$

$$\sqrt{36} = 6 \quad \sqrt{y^2} = y$$

الدور الاول 2019

$$by = 2 \times 1 \times y \times 6 = 12y$$

$$y^2 + 12y + 36 = (y + 6)^2$$

التحليل



$$5 - \dots + 16x^2$$

$$16x - \dots + 5$$

$$a = 16$$

$$b = b$$

$$c = 5$$

$$bx = 2\sqrt{ax^2c}$$

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$bx = 2\sqrt{16 \times x^2 \times 5}$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$bx = 2 \times 4 \times x \times \sqrt{5} = 8\sqrt{5}x$$

$$5 - 8\sqrt{5}x + 16x^2 = (\sqrt{5} - 4x)^2$$

الدور الثاني 2019

$$z^2 + \dots + 49$$

$$bz = 2\sqrt{1 \times z^2 \times 49}$$

$$bz = 2 \times 1 \times z \times 7 = 14z$$

$$z^2 + 14z + 49 = (z + 7)^2$$



الدور الثالث 2021

$$49 - \dots + y^2$$

$$y^2 + \dots + 49$$



الدور الأول 2023

$$9x^2 - \dots + 49$$

$$bx = 2\sqrt{ax^2c}$$

$$bx = 2\sqrt{9 \times x^2 \times 49}$$

$$bx = 2 \times 3 \times x \times 7 = 42x$$

$$3x^2 - 42x + 49 = (3x - 7)^2$$



$$7 - \dots + 4x^2$$

الدور الثاني 2021

$$4x^2 - \dots + 7$$

$$bx = 2\sqrt{ax^2c}$$

$$bx = 2\sqrt{4 \times x^2 \times 7}$$

$$bx = 2 \times 2 \times x \times \sqrt{7} = 4\sqrt{7}x$$

$$7 - 4\sqrt{7}x + 4x^2 = (\sqrt{7} - 2x)^2$$

$$7 - \dots + 4z^2$$

$$3z^2 + \dots + 27$$

واجب

ثالثاً

إذا كان الحد المفقود هو الأخير (بدون متغير)

نستخدم القانون

$$c = \frac{b^2}{4a}$$

$$\text{الحد الأخير} = \frac{(\text{الحد الثاني})^2}{4 \times \text{الحد الأول}}$$

أو

مثال

$$y^2 + 14y + \dots$$

$$a = 1$$

$$b = 14$$

$$c = c$$

$$c = \frac{b^2}{4a}$$

نعوض المعلومات في القانون

$$c = \frac{14^2}{4 \times 1} = \frac{196}{4} = 49$$

انتبه ... يجب ان يكون الناتج النهائي بدون متغيرات

$$y^2 + 14y + 49 = (y + 7)^2$$

$$Z^2 + 4Z + \dots\dots\dots$$

$$a = 1$$

$$b = 4$$

$$c = c$$

$$c = \frac{b^2}{4a}$$

نعوض المعلومات في القانون

الدور الثاني 2023

$$c = \frac{4^2}{4 \times 1} = \frac{16}{4} = 4$$

16

$$Z^2 + 4Z + 4 = (Z + 2)^2$$

التحليل

مثال

$$4v^2 + 8v + \dots\dots\dots$$

$$a = 4$$

$$b = 8$$

$$c = c$$

$$c = \frac{b^2}{4a}$$

نعوض المعلومات في القانون

$$c = \frac{8^2}{4 \times 4} = \frac{64}{16} = 4$$

التحليل

$$4v^2 + 8v + 4 = (2v + 2)^2$$

واجب

$$16y^2 + 40y + \dots\dots\dots$$

$$4v^2 + 4\sqrt{5}v + 5$$

$$4Z^2 + 20Z + \dots\dots\dots$$

الدور الثاني 2022

$$c = \frac{b^2}{4a}$$



$$c = \frac{20^2}{4 \times 4} = \frac{400}{16} = 25$$

$$4Z^2 + 20Z + 25 = (2Z + 5)^2$$



تدرب وحل المسائل الحياتية

35

مئذنة الملوية : تقع منارة المئذنة الملوية في مدينة سامراء العراقية وتعد احدى معالم

العراق المميزة بسبب شكلها الفريد فهي إحدى اثار العراق القديمة المشهورة التي

تعود لعصر حكم الدولة العباسية وترتكز على قاعدة مربعة مساحتها

$x^2 + 8x + 16$ مترا مربعا . ما طول ضلع القاعدة التي تستند عليها الملوية بدلالة x ؟

$$A = x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2 \quad \text{طول ضلع القاعدة}$$



36

مزرعة أبقار : لدى سعد مزرعة أبقار مربعة الشكل طول ضلعها x متر وسعها لتصبح

مستطيلة الشكل الضلع الآخر فأصبحت مساحة المزرعة $x^2 - 81$ مترا مربعا . ما طول

المزرعة وعرضها بعد التوسعة بدلالة x ؟

$$A = x^2 - 81 = (x + 9)(x - 9)$$

طول المزرعة $(x + 9)$, عرضها $(x - 9)$

37 لوحة فنية رسم بشار لوحة فنية تمثل منطقة الأهوار في جنوب العراق فكان المقدار $4x^2 - 8x + 9$ سنتمترات مربعة يمثل مساحة اللوحة الفنية . أيمثل مقدار مساحة اللوحة الفنية مربعا كاملا أم لا ؟

$$4x^2 - 8x + 9 =$$

الجزر التربيعي ل $4x^2$ هو $2x$

الجزر التربيعي ل 9 هو 3

$$2x = 12x \times 2 \times 3 \times 2 \text{ وهو غير مساوي للحد الاوسط}$$

اذن المقدار ليس مربع



فكر

38
الدور الثاني 2021

تحد : هل المقدار الاتي يمثل مربعا كاملا ام لا ؟ علل اجابتك

$$\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{16}$$

الجزر التربيعي ل $\frac{1}{16}$ هو $\frac{1}{4}$

الجزر التربيعي ل $\frac{1}{9}x^2$ هو $\frac{1}{3}x$

$$2 \times \frac{1}{3}x \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}x = \frac{1}{6}x \text{ وهو مساوي للحد الاوسط}$$

اذن المقدار مربع كامل



39

أصح الخطأ : قالت منتهى أن المقدار : $(2x + 1)(2x - 1)$ هو تحليل للمربع الكامل :
 $4x^2 - 4x + 1$ حدد خطأ منتهى وصححه .

المقدار : $(2x + 1)(2x - 1)$ هو ليس تحليل للمربع الكامل

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2 = (2x - 1)(2x - 1)$$

40 حس عددي : أيمثل المقدار : $9x^2 + 12x - 4$ مربعا كاملا أم لا ؟ وضع اجابتك

الحل : المقدار لا يمثل مربعا كاملا لأن إشارة الحد الأخير (الثالث) سالبة .



أكتب // تحليل للمقدار : $4x^2 - 8x + 4$

$$4x^2 - 8x + 4 = (2x - 2)^2$$



Mohammed abdul



الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

التحليل بالتجربة

شكل السؤال يتكون من ثلاثة حدود

الحالة الاولى اذا كان معامل x^2 يساوي واحد

سوف نشرح الموضوع من خلال المثال القادم وعلى الطلاب استخدام نفس الطريقة في حل بقية الأمثلة والتمارين

مثال

$$x^2 + 10x + 21 =$$

الخطوة الأولى: نفتح قوسين ونجزء المتغير على الاقواس

$$(x \quad)(x \quad)$$

الخطوة الثانية (الإشارات) : في القوس الأول نضع إشارة الحد الثاني اما القوس الثاني نضرب إشارة الحد الثاني مع إشارة الحد الثالث

$$(x + \quad)(x + \quad)$$

الخطوة الثالثة : نحلل الحد الأخير (10) الى حاصل ضرب عددين ... بحيث حاصل جمعهما او طرحهما يجب ان يساوي الحد الأوسط

$$(x + 7)(x + 3)$$

لاحظ عند جمع 3 مع 7 الناتج هو 10 وهو نفسه الحد الاوسط

	1	×	21	21
10	7	×	3	21

هنا لا يذكر في
السؤال حل بطريقة
التجربة

ملاحظة : اذا كانت إشارة الاقواس متشابهة نجمع العددين واذا كانت مختلفة نطرح العددين

$$y^2 + y - 12 = (y + 4)(y - 3)$$

إشارة الحد الاوسط

حاصل ضرب إشارة الحد الثاني مع الثالث

نطرح لان إشارات الاقواس مختلفة

1	3	×	4	12
	2	×	6	12
	1	×	12	12

مثال

$$y^2 + 6y - 27 = (y + 9)(y - 3)$$

نطرح لان إشارات الاقواس مختلفة

	1	×	27	27
6	3	×	9	27

الجدول
للتوضيح
فقط غير
مطلوبة

مثال

الدور الثالث 2023

$$x^2 - xy - 20y^2 = (x - 5y)(x + 4y)$$

	1	×	20	20
	2	×	10	20
1	4	×	5	20

مثال

$$z^2 - z - 6 = (z - 3)(z + 2)$$

1	2	×	3	6
	1	×	6	6

مثال

$$x^2 - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$$

9	3	×	6	18
	2	×	9	18
	1	×	18	18

مثال

تمرين 1

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

$$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$$

نجمع لان إشارة الأقواس متشابهة

1	×	8	8
4	×	2	8

3

$$x^2 - 13x + 12 = (x - 1)(x - 12)$$

نجمع لان إشارات الأقواس متشابهة

1	×	12	12
4	×	3	12
2	×	6	12

5

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$$

نطرح لان إشارات الأقواس مختلفة

1	×	3	3

19

$$x^2 + 9x + 14 = (x + 7)(x + 2)$$

1	×	14	14
7	×	2	14

20

$$y^2 - 5y + 6 = (y - 3)(y - 2)$$

2	×	3	6
1	×	6	6

$$y^2 + 4y - 21 = (y + 7)(y - 3)$$

ثوبتي 2019

$$x^2 + 9x - 36 =$$

$$x^2 + x - 72 =$$

واجب

$$x^2 + 16x + 48 =$$

$$x^2 + 24x + 63 =$$

واجب

الحالة الثانية

إذا كان معامل x^2 لا يساوي واحد

$$6x^2 + 17x + 7$$

سوف نكرر نفس الخطوات السابقة .. ثم نحلل الحد الأول والاخير الى حاصل ضرب عددين ... ونضعهم داخل الأقوس بشرط عند ضرب الحد البعيد مع البعيد والقريب مع القريب يجب ان يساوي الناتج الحد الاوسط

مثال

$$6x^2 + 17x + 7 = (2x + 1)(3x + 7)$$

$$2x \times 7 + 3x \times 1 = 14x + 3x = 17x$$

3	x	2	6
1	x	6	6
1	x	7	7

مثال

$$7y^2 - 26y - 8 = (y - 4)(7y + 2)$$

$$y \times 2 - 4 \times 7y = 2y - 28y = -26y$$

1	x	8	8
2	x	4	8
1	x	7	7

مثال

$$3z^2 - 17z + 10 = (3z - 2)(z - 5)$$

$$3z \times (-5) - 2 \times z = -15z - 2z = -17z$$

5	x	2	10
1	x	10	10
1	x	3	3

مثال

$$4v^2 - v - 3 = (v - 1)(4v + 3)$$

$$4v \times -1 + 3 \times v = -4v + 3v = -1v$$

4	×	1	4
2	×	2	4
3	×	1	3

مثال

$$3x^2 - 10xy + 3y^2 = (3x - y)(x - 3y)$$

$$3x \times -3y + x \times -y = -9xy - 1xy = -10xy$$

1	3	3
1	3	3

مثال

الدور الثاني 2022

$$6x^2 - 51x + 63 = (1x - 7)(6x - 9)$$

$$1x \times -9 + 6x \times -7 = -9x - 42x = -51x$$

1	×	63	63
7	×	9	63
2	×	3	6
1	×	6	6

7 حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى ابسط صورة

$$2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$$

$$2x \times 1 + 3 \times x = 2x + 3x = 5x$$

1	×	2	2
1	×	3	3

$$3y^2 - 14y + 8 = (3y - 2)(y - 4)$$

$$3y \times -4 - 2 \times y = -12y - 2y = -14y$$

1	×	8	8
2	×	4	8
1	×	3	3

8

2021 شهري

$$3x^2 - 10x + 8 = (3x - 4)(x - 2)$$

$$3x \times -2 + x \times -4 = -6x - 4x = -10x$$

1	×	8	8
2	×	4	8
1	×	3	3

9

2022 الدور الاول

$$5y^2 - y - 6 = (5y - 6)(y + 1)$$

1	×	5	5
1	×	6	6
2	×	3	6

11

$$x^2 - 9xy + 20y^2 = (x - 4y)(x - 5y)$$

1	×	20	20
4	×	5	20
2	×	10	20

13

$$3y^2 - 19yx - 14x^2 = (y - 7x)(3y + 2x)$$

1	×	14	14
2	×	7	14
1	×	3	3

14

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة

$$2x^2 + 12x - 14 = (2x + 7)(x - 2)$$

23



$$4y^2 - 6y + 2 = (4y - 2)(y - 1)$$

24



$$2x^2 + 3x + 1 = (2x + 1)(x + 1)$$

26



$$13y^2 - 11y - 2 = (y - 1)(13y + 2)$$

27



$$30x^2 - xy - y^2 = (5x - y)(6x + y)$$

28



$$16z^2 - 8z + 1 = (4z - 1)(4z - 1)$$

الدور الأول 2019



$$9z^2 - 6z + 1 = (3z - 1)(3z - 1)$$

الدور الأول 2021



$$2h^2 + 11h + 15 = (2h + 5)(h + 3)$$

الدور الثاني 2021



$$3y^2 - 25y + 8 = (3y - 1)(y - 8)$$

الدور الثاني 2023

واجب

$$22z + 3z - 4z^2 =$$

$$4x^2 + 10x + 6 =$$

$$2v^2 + 9v + 7 =$$

$$\frac{1}{4}y^2 - 2y + 3 =$$



ملاحظة

بعض المقادير الجبرية لا تكون مرتبة أي لا تكون بالشكل $ax^2 + bx + c$

يمكن ترتيبها ... كذلك يمكن الحل بصورة مباشرة

$$1 - 2Z + Z^2 = (1 - Z)(1 - Z)$$

2



$$3 + 2Z - Z^2 = (1 + Z)(3 - Z)$$

4



$$15 - 8Z + Z^2 = (5 - z)(3 - z)$$

تمهيدي 2022

6



$$8 - 25Z + 3Z^2 = (8 - Z)(1 - 3Z)$$

10



$$6 + 29Z - 5Z^2 = (1 + 5Z)(6 - Z)$$

12



$$3 + 2Z - Z^2 = (1 + Z)(3 - Z)$$

الدور الثاني 2022

21



$$36 - 15Z + Z^2 = (12 - Z)(3 - Z)$$



$$10 + 9Z - 9Z^2 = (2 + 3Z)(5 - 3Z)$$

تمهيدي 2024

25



$$20 - 7y + 3y^2 = (5 - 3y)(4 + y)$$

تمهيدي 2023



$$15 + 11h + 2h^2 =$$

واجب

$$50 - 20Z + 2Z^2 =$$

$$24 - 2Z - Z^2 =$$

$$6 + 29Z - 5Z^2 =$$



ضع الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا

$$x^2 + 9x + 20 = (x + 5)(x + 4)$$

15

$$y^2 - 12y + 20 = (y - 2)(y - 10)$$

16



$$6x^2 - 7x + 2 = (2x - 1)(3x - 2)$$

17



$$20 - 7y - 3y^2 = (5 - 3y)(4 + y)$$

18



$$x^2 + x - 20 = (x + 4)(x - 5)$$

29



$$35 + 3y - 2y^2 = (5 + y)(7 - 2y)$$

30



تدرب وحل المسائل الحياتية

31

قلعة الأخيضر: قلعة أثرية تقع في محافظة كربلاء وسط العراق ولا

تزال أطلال القلعة قائمة الى يومنا هذا الأخيضر من الحصون الدفاعية الفريدة من نوعها

ويحيط به سور عظيم مستطيل الشكل . ما أبعاد هذا السور الذي يحيط بالقلعة التي

مساحتها $6x^2 - 39x + 60$ مترا مربعا ؟

$$6x^2 - 39x + 60 =$$

نسحب عامل مشترك

$$= 3(2x^2 - 13x + 20)$$

$$= 3(2x - 5)(x - 4)$$

أبعاد السور هو : $(x - 4)$, $(2x - 5)$

32 ألعاب ترفيهية : تعد أرجوحة ديسكفري من الألعاب الخطرة في مدينة الألعاب

ويمثل المقدار $5t^2 + 5t - 30$ مسار أرجوحة ديسكفري في مدينة الألعاب

اذ t يمثل زمن الحركة . وتحليل المقدار يساعد على معرفة الوقت الذي

تستغرقه أرجحتها في المرة الاولى

$$5t^2 + 5t - 30 =$$

نسحب عامل مشترك

$$= 5(t^2 + t - 6)$$

$$= 5(t + 3)(t - 2)$$



33

مترو الأنفاق : يعد مترو الأنفاق نظام سكك حديد تحت الأرض تسير القطارات وهو أحد

وسائل النقل السريعة في المدن الكبيرة وذات الكثافة السكانية العالية ويتألف كل

قطار من عدة عربات فإذا كان المقدار : $14y^2 - 23y + 3$ يمثل مساحة أرضية

العربة بالمتر المربع فما أبعادها ؟

$$14y^2 - 23y + 3 =$$

$$= (7y - 1)(2y - 3)$$

أبعاد العربة هي : $(2y - 3)$, $(7y - 1)$



تحد : حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

المقدار متكون من 4 حدود ... اذن نحلل بالتجميع

i) $4x^3 + 4x^2 - 9x - 9$

$$= (4x^3 + 4x^2) + (-9x - 9)$$

$$= 4x^2(x + 1) - 9(x + 1)$$

$$= (x + 1)(4x^2 - 9) = (x + 1)(2x + 3)(2x - 3)$$

فرق بين مربعين

34



أصحح الخطأ : حل سعد المقدار : $6Z^2 - 16Z - 6$ كما يأتي :

35

$$6Z^2 - 16Z - 6 = (3Z - 1)(2Z + 6)$$

$$6Z^2 - 16Z - 6 = (2Z - 6)(3Z + 1), 2Z - 18Z = -16Z$$

الحد الوسط خطأ



36

حس عددي : أيمكن تحديد ما اذا كانت إشارات القوسين في تحليل المقدار :

$$x^2 - 12x + 35 \text{ مختلفة أم متشابهة ومن دون تحليل المقدار ؟ وضع اجابتك .}$$

تكون إشارة القوسين متشابهة (سالبة) حيث نضع إشارة الحد الثاني (-) في القوس الأول ونضرب

إشارة الحد الثاني في إشارة الحد الثالث ونضعها في القوس الثاني (-)



أكتب // الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

$$6Z^2 + 5Z - 56 = (3Z \cdots 8)(2Z \cdots 7)$$

$$6Z^2 + 5Z - 56 = (3Z - 8)(2Z + 7)$$

التحليل بالفرق ومجموع مكعبين

راجع الجذور التكعيبية في بداية الملزمة

هو تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة مجموع مكعبين :

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

القانون

الحد الأول

الحد الثاني

الجذر التكعيبي للحد الأول

الجذر التكعيبي للحد الثاني

مربع الحد الثاني

الحد الأول × الحد الثاني

عكس إشارة الوسط

مربع الحد الأول

كيف يمكن تحديد الإشارات



الجواب في القوس الصغير إشارة المنتصف هي نفس إشارة المنتصف في السؤال

اما القوس الكبير .. الإشارة الأولى هي عكس إشارة القوس الصغير والإشارة الثانية موجبة دائما

ملاحظة

القوس الكبير يعتمد على القوس الصغير ... كذلك القوس الكبير لا يمكن تحليله

سوف نقسم هذا الموضوع حسب شكل الأسئلة

الحالة الأولى

عندما يكون السؤال مباشر

يحدث دائما خلط عند الطالب بين
قانوني مربع الحداية وقوانين
الفرق ومجموع مكعبين

حل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

مثال

$$x^3 + 5^3 = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$$



مثال

$$y^3 + 8 = (y + 2)(y^2 - 2y + 4) \quad \sqrt[3]{8} = 2$$



مثال

$$8Z^3 + 27 = (2Z + 3)(4Z^2 - 6Z + 9) \quad \sqrt[3]{8} = 2 \quad \sqrt[3]{27} = 3$$



مثال

$$x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9) \quad \sqrt{64} = 4$$



مثال

$$y^3 - 64 = (y - 4)(y^2 + 4y + 16)$$



مثال

$$27Z^3 - 8 = (3Z - 2)(9Z^2 + 6Z + 4) \quad \sqrt[3]{27} = 3 \quad \sqrt[3]{8} = 2$$



حل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

$$y^3 + 216 = (y + 6)(y^2 - 6y + 36) \quad \sqrt[3]{216} = 6$$



1

$$x^3 + Z^3 = (x + Z)(x^2 - xZ + Z^2)$$



2

$$125 + 8Z^3 = (5 + 2Z)(25 - 10Z + 4Z^2) \quad \sqrt[3]{125} = 5$$



3

$$a^3 - 8^3 = (a - 8)(a^2 + 8a + 64)$$



4

$$6^3 + x^3 = (6 + x)(6 - 6x + x^2)$$

17

22

$$y^3 - 64 = (y - 4)(y^2 + 4y + 16)$$



$$8 + x^3 = (2 + x)(4 - 2x + x^2)$$

ثميني 2019



$$x^3 + 125 = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$$

الدور الثالث 2019



$$1 - 64x^3 = (1 - 4x)(1 + 4x + 16x^2)$$

ثميني 2022



إذا كان السؤال على شكل كسر اعتيادي

الحالة الثانية

$$\frac{27}{x^3} + \frac{8}{125} = \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{5}\right)\left(\frac{9}{x^2} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{25}\right)$$

مثال



$$\frac{1}{b^3} - \frac{1}{125} = \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{5b} + \frac{1}{25}\right)$$

مثال



$$\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}\right)$$

4



$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a} + \frac{1}{16}\right)$$

5

$$\frac{1}{c^3} - \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{2c} + \frac{1}{4}\right)$$

الدور الأول 2021

11



$$\frac{1}{64} + \frac{8}{125}y^3 = \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}y\right) \left(\frac{1}{16} - \frac{2}{20}y + \frac{4}{25}y^2\right)$$

19



$$\frac{1}{x^3} - \frac{27}{8} = \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{2x} + \frac{9}{4}\right)$$

الدور الأول 2024

23



$$\frac{125}{x^3} - \frac{64}{y^3} =$$

$$\frac{1}{8} + \frac{x^3}{27} =$$

Mohammed abdul karim واجب

$$\frac{1}{x^3} - 216 =$$

$$\frac{1}{y^3} - \frac{343}{64} =$$

$$\frac{x^3}{y^3} - \frac{1}{125} =$$

الحالة الثالثة

إذا كان السؤال على شكل كسر عشري

هناك طريقتين للحل



أولاً: نقلب الكسور العشرية الى كسور اعتيادية ذات مقام يساوي 1000

مثال

$$0.125 + v^3 = \frac{125}{1000} + v^3 = \left(\frac{5}{10} + v\right)\left(\frac{25}{100} - \frac{5}{10}v + v^2\right)$$

$\sqrt[3]{125} = 5$
 $\sqrt[3]{1000} = 10$

ثانياً : الحل مباشر مع مراعاة الملاحظات الآتية

$$0.125 = 0.5$$

عندما نأخذ الجذر التكعيبي للكسر العشري يكون عدد المراتب 1 فقط بعد الفارزة غالباً

$$(0.5)^2 = 0.25$$

عند التربيع تتضاعف عدد المراتب بعد الفارزة غالباً

$$0.125 + v^3 = (0.5 + v)(0.25 - 0.5v + v^2)$$

7

$$1 + 0.008z^3 = 1 + \frac{8}{1000}z^3 = \left(1 + \frac{2}{10}z\right)\left(1 - \frac{2}{10}z + \frac{4}{100}\right)$$

8

$$0.125 - m^3 = \frac{125}{1000} - m^3 = \left(\frac{5}{10} - m\right)\left(\frac{25}{100} + \frac{5}{10}m + m^2\right)$$

13

$$0.027 + 27n^3 = \left(\frac{27}{1000} + 27n^3\right) = \left(\frac{3}{10} + 3n\right)\left(\frac{9}{100} - \frac{9}{10}n + 9n^2\right)$$

$$0.216v^3 - 0.008t^3 = \frac{216}{1000}v^3 - \frac{8}{1000}t^3 \quad 16$$

$$= \left(\frac{6}{10}v - \frac{2}{10}t\right) \left(\frac{36}{100}v^2 + \frac{12}{100}vt + \frac{4}{100}t^2\right)$$



$$0.125x^3 - 0.008y^3 = \frac{125}{1000}x^3 - \frac{8}{1000}y^3 \quad 21$$

$$= \left(\frac{5}{10}x - \frac{2}{10}y\right) \left(\frac{25}{100}x^2 + \frac{10}{100}xy + \frac{4}{100}y^2\right)$$



$$0.001x^3 - 0.008y^3 = \frac{1}{1000}x^3 - \frac{8}{1000}y^3 \quad 26$$

$$= \left(\frac{1}{10}x - \frac{2}{10}y\right) \left(\frac{1}{100}x^2 + \frac{2}{100}xy + \frac{4}{100}y^2\right)$$



$$v^3 + 0.008 = v^3 + \frac{8}{1000} = \left(v + \frac{2}{10}\right) \left(v^2 - \frac{2}{10}v + \frac{4}{100}\right) \quad \text{الدور الاول 2023}$$



$$1 + 0.125x^3 =$$

$$0.216v^3 + 0.027 =$$

$$y^3 + 0.001 =$$

$$0.125x^3 + 0.064y^3 =$$

واجب

الحالة الرابعة

أسئلة لا تحل الا بعد سحب العامل المشترك

أولا : اذا كانت الاسئلة لا تحتوي على كسور

مثال

$$2x^3 - 16 = 2(x^3 - 8) = 2(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$



$$3y^3 - 24 = 3(y^3 - 8) = 3(y - 2)(y^2 + 2y + 4)$$

الدور الثاني 2023



$$x^4 - x = x(x^3 - 1) = x(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

مثال



$$3b^3 - 81 = 3(b^3 - 27) = 3(b - 3)(b^2 + 3b + 9)$$

الدور الثالث 2021

15



ثانيا : اذا كانت الأسئلة تحتوي على كسور

مثال

$$\frac{1}{2}y^3 + 4 = \frac{1}{2}(t^3 + 8) = \frac{1}{2}(t + 2)(t^2 - 2t + 4)$$

الدور الثالث 2023

نسحب $\frac{1}{2}$ عامل مشترك

بصورة مبسطة لسحب الكسر عامل مشترك .. نضرب مقام الكسر في العدد ... أي ضربنا 4 في 2 أصبحت 8



مثال

$$\frac{1}{3}t^3 - 9 = \frac{1}{3}(t^3 - 27) = \frac{1}{3}(t - 3)(t^2 + 3t + 9)$$

نسحب $\frac{1}{3}$ عامل مشترك

مثال

$$32 - \frac{1}{2}m^3 = \frac{1}{2}(64 - m^3) = \frac{1}{2}(4 - m)(16 + 4m + m^2)$$

نسحب $\frac{1}{2}$ عامل مشترك



6 الدور الثاني 2022

$$\frac{1}{3}t^3 + 9 = \frac{1}{3}(t^3 + 27) = \frac{1}{3}(t + 3)(t^2 - 3t + 9)$$

نسحب $\frac{1}{3}$ عامل مشترك



12

$$\frac{1}{2}v^3 - 4 = \frac{1}{2}(v^3 - 8) = \frac{1}{2}(v - 2)(v^2 + 2v + 4)$$

نسحب $\frac{1}{2}$ عامل مشترك



14 تمهيدي 2021

$$25 - \frac{1}{5}n^3 = \frac{1}{5}(125 - n^3) = \frac{1}{5}(5 - n)(25 + 5n + n^2)$$

نسحب $\frac{1}{5}$ عامل مشترك



20

$$\frac{1}{5}v^3 + 25 = \frac{1}{5}(v^3 + 5^3) = \frac{1}{5}(v + 5)(v^2 - 5v + 25)$$

نسحب $\frac{1}{5}$ عامل مشترك



24 الدور الثاني 2022

$$9 - \frac{1}{3}n^3 = \frac{1}{3}(27 - n^3) = \frac{1}{3}(3 - n)(9 + 3n + n^2)$$

نسحب $\frac{1}{3}$ عامل مشترك



25

$$25c^3 - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(125c^3 - 1) = \frac{1}{5}(5c - 1)(25c^2 + 5c + 1)$$

نسحب $\frac{1}{5}$ عامل مشترك



واجب



$$54a^3 - \frac{1}{2} =$$

$$16 - \frac{1}{4}n^3 =$$

$$100 - \frac{1}{10}x^3$$

تدرب وحل المسائل الحياتية

27

مكتبة : مكتبة مدينة شتوتغارت هي واحدة من أجمل المكتبات في العالم وأفخمها وتقع في ألمانيا كما أنها من أكثر المكتبات تماشياً مع متطلبات التعليم الحديثة . بناية المكتبة على شكل مكعب طول ضلعه $13\frac{1}{2} - \frac{1}{2}y^3$ متر . حلل المقدار الذي يمثل طول الضلع .

نبسط الكسر

$$\frac{1}{2}y^3 - 13\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}y^3 - \frac{27}{2} = \frac{1}{2}(y^3 - 27)$$

نسحب $\frac{1}{2}$ عامل مشترك

$$= \frac{1}{2}(y^3 - 3^3) = \frac{1}{2}(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$$

28

حوض سمك : حوض سمك زينة حجمه $25x^3$ متراً مكعباً وضع في داخله حجر مكعب الشكل حجمه $\frac{1}{5}$ متر مكعب ملىء بالماء كاملاً . اكتب مقدار حجم الماء ثم حله .

$$25x^3 - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(125x^3 - 1)$$

نسحب $\frac{1}{5}$ عامل مشترك

$$= \frac{1}{5}(5x - 1)(25x^2 + 5x + 1)$$

29

سكن : بدأت المنازل تأخذ أشكالاً مختلفة في التصميم مع تطور هندسة العمارة فصممت هذه المنازل على شكل مكعبات . فإذا كان حجم المنزل الأول $\frac{8}{a^3}$ متر مكعب وحجم المنزل الثاني $\frac{27}{b^3}$ متر مكعب . اكتب حجم المنزلين معاً ثم حلل المقدار

$$v_1 + v_2 = \frac{8}{a^3} + \frac{27}{b^3} = \frac{2^3}{a^3} + \frac{3^3}{b^3} = \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right) \left(\frac{4}{a^2} - \frac{6}{ab} + \frac{9}{b^2}\right)$$

فكر

30

تحد : حل كل مقدار جبري من المقادير الآتية إلى أبسط صورة :

$$0.002Z^3 - 0.016y^3 =$$

نسحب 0,002 عامل مشترك

$$= 0.002(Z^3 - 8y^3)$$

$$= 0.002(Z - 2y)(Z^2 + 2Zy + 4y^2)$$



31

صحح الخطأ : حللت بشرى المقدار : $8v^3 - 0.001$ كما يأتي

$$8v^3 - 0.001 = (2v + 0.1)(4v^2 - 0.4v + 0.01):$$

اكتشف خطأ بشرى وصححه .

$$8v^3 - 0.001 = (2v - 0.1)(4v^2 + 0.2v + 0.01)$$

الخطأ في الإشارات



32

حس عددي : هل يمكن جمع العددين 8, 27 بطريقة تحليل مجموع مكعبين ؟ وضع اجابتك

الحل: نعم

$$(8 + 27) = 2^3 + 3^3 = (2 + 3)(4 - 6 + 9) = (5)(7) = 35$$

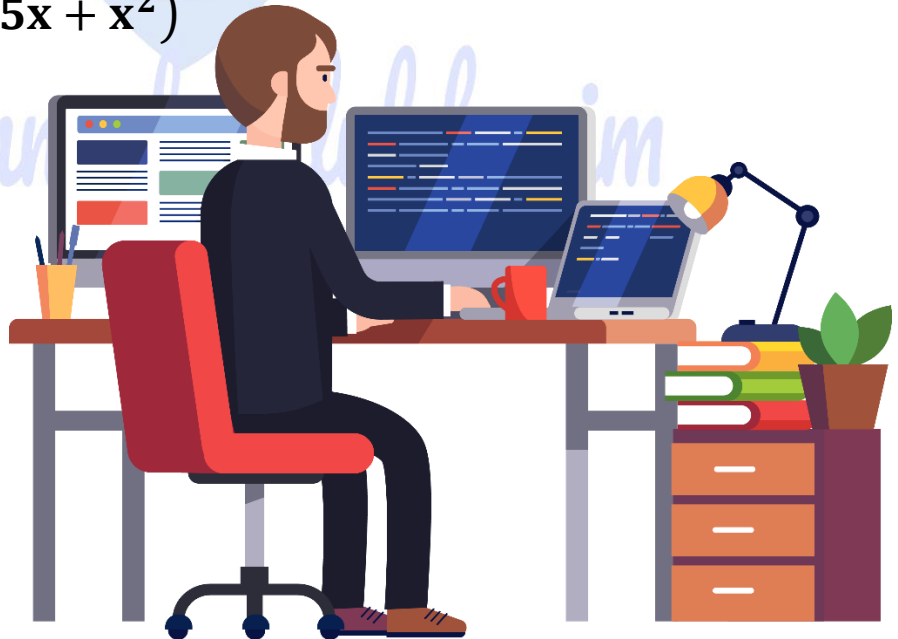


اكتب // الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

$$125 - x^3 = (5 \cdots x)(25 \cdots 5x \cdots x^2)$$

الحل:

$$125 - x^3 = (5 - x)(25 + 5x + x^2)$$



الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

المراجعة

هذه المراجعة مهمة لتمييز مواضيع الفصل وكذلك تمهيد للموضوع القادم... فيجب على

الطالب دراستها جيدا

اولا

اذا تكون السؤال من حدين

الحالة الاولى اذا كان مرفوع للاس 1 (أي يكون بدون اس)

$$2x + 3$$

مثال

1 يترك على حاله بدون حل

$$2x + 4 = 2(x + 2)$$

مثال

2 يحلل بالعامل المشترك

الحالة الثانية اذا كان مرفوع للاس التربيعي (الاس 2)

ويكون بحالتين

1 الاس التربيعي يكون فوق المتغير فيحل بالفرق بين مربعين

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

مثال

2 الاس التربيعي يكون فوق القوس فيحل بقانون مربع الحداية (او الى قوسين)

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

مثال

$$(x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3)$$

الحالة الثالثة إذا كان مرفوع للاس التكعيبي (الاس 3)

ويكون بحالتين

1 الاس التكعيبي يكون فوق المتغير فيحل بقانون الفرق ومجموع مكعبين

$$x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

مثال

2 الاس التكعيبي يكون فوق القوس فيحل بموضوع مكعب الحداية

$$(x - 3)^3 = (x - 3)(x - 3)^2$$

مثال

كذلك يمكن فتح ثلاث اقواس

$$= (x - 3)(x^2 - 6x + 9)$$

$$(x - 3)^3 = (x - 3)(x - 3)(x - 3)$$

$$= x^3 - 6x^2 + 9x - 3x^2 + 18x - 27$$

$$= x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$



الحالة الرابعة إذا تكون السؤال من حدين احدهما مرفوع للاس التربيعي والآخر للاس التكعيبي او

احدهما مرفوع للاس التربيعي والآخر للاس واحد.... فيتحل اولاً بالعامل المشترك وبعدها بالطرق

السابقة

$$x^3 + 2x^2 = x^2(x + 2)$$

مثال

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 9) = x(x - 3)(x + 3)$$

مثال

$$x^2 - x = x(x - 1)$$

مثال



ثانياً إذا تكون السؤال من ثلاثة حدود

الحالة الاولى يحل السؤال بالعامل المشترك

في هذه الطريقة قد يُذكر في السؤال حل بطريقة العامل المشترك .. واذا لم يذكر في السؤال غالبا تكون جميع الحدود تحتوي على متغيرات

$$3x^3 - 6x^2 - 9x = 3x(x^2 - 2x - 3) \quad \text{مثال}$$

الحالة الثانية بحل السؤال بالمربع الكامل

في هذه الطريقة غالبا ما يذكر بالسؤال حل بطريقة المربع الكامل

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \quad \text{مثال}$$

الحالة الثالثة بحل بطريقة التجربة

هي الطريقة الأكثر شيوعا .. ولا يذكر في السؤال الحل بطريقة التجربة وتكون غالبا

بالشكل $ax^2 + bx + c$

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4) \quad \text{مثال}$$

ملاحظة اذا كان السؤال من ثلاثة حدود و يتكون من متغيرات تحتوي الاس

التكعيبي والتربيعي والاس 1 هذا يعني وجود عامل مشترك ... وقد يحل أيضا بالتجربة بعد سحب العامل المشترك

$$3x^3 - 6x^2 - 9x = 3x(x^2 - 2x - 3) = 3x(x - 3)(x + 1) \quad \text{مثال}$$

رابعاً

إذا تكون المقدار من أربعة حدود

فيحل بطريقة التجميع والتجميع مع المعكوس

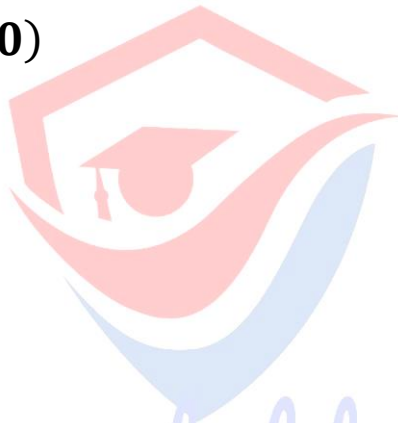
$$4x^3 - 8x^2 + 5x - 10 =$$

$$= (4x^3 - 8x^2) + (5x - 10)$$

$$= 4x^2(x - 2) + 5(x - 2)$$

$$= (x - 2)(4x^2 + 5)$$

مثال



Mohammed Abdul Karim



تبسيط المقادير الجبرية النسبية

تبسيط ضرب المقادير الجبرية النسبية وقسمتها

1- نبحث أولاً عن الحدود التي تحتوي على عامل مشترك ونقوم بتحليلها... ان وجدت

2- نقوم بتحليل المقادير الجبرية بالطرق المذكورة سابقاً وهي العامل المشترك والتجربة والفرق بين

مربعين وفرق ومجموع مكعبين ومربع الحدانية

3- في مسائل القسمة نقلب القسمة الى ضرب ونقلب الكسر الثاني

4- نختصر المقادير المتشابهة

5- من المهم مراجعة الموضوع السابق (المراجعة) قبل دراسة هذا الموضوع

ملاحظة

1 من الأفضل تحليل فرق ومجموع مكعبين أولاً... لتسهيل الحل في بعض المسائل

2 اذا كان السؤال متكون من حدين او ثلاثة حدود ويحتوي على

$$x^3 + x^2 - 6x = x(x^2 + x - 6) = x(x + 3)(x - 2) \quad \text{الاس التكعيبي والتريبيعي}$$

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 9) = x(x - 3)(x + 3) \quad \text{الاس التكعيبي والاس 1}$$

$$x^2 + 2x = x(x + 2) \quad \text{الاس التريبيعي والاس 1 (من حدين)}$$

هذا يعني وجود عامل مشترك

$$(x + y)^2 = (x + y)(x + y) \quad \text{3 يمكن كتابة المقدار}$$

$$(x + y)^3 = (x + y)(x + y)(x + y)$$

مثال اشترى حسن مجموعة من باقات الزهور بمبلغ $x^2 - x - 6$ دينار فكانت كلفة باقة الزهور الواحدة عليه $2x - 6$ دينار . اكتب نسبة ثمن الباقة الواحدة الى الثمن الكلي لباقات الزهور وبأبسط صورة .

$$\frac{\text{ثمن باقة الزهور}}{\text{ثمن الباقات الكلية للزهور}} = \frac{\text{عامل مشترك } 2x - 6}{x^2 - x - 6} = \frac{2(x - 3)}{(x - 3)(x + 2)} = \frac{2}{x + 2}$$

فرق بين مربعين

تمهيدي 2023

مثال

الدور الثاني 2023

$$\frac{y^2 - 4}{y^2 - 4y + 4} = \frac{(y + 2)(y - 2)}{(y - 2)(y - 2)} = \frac{y + 2}{y - 2}$$

فرق بين مربعين
التجربة

مثال

$$\frac{5Z + 10}{Z - 3} \times \frac{Z^3 - 27}{Z^2 + 6Z + 8} = \frac{5(Z + 2)}{Z - 3} \times \frac{(Z - 3)(Z^2 + 2Z + 9)}{(Z + 2)(Z + 4)}$$

عامل مشترك فرق بين مكعبين التجربة

$$= \frac{5(Z^2 + 3Z + 9)}{Z + 4}$$

القوس الكبير الناتج من فرق او مجموع
مكعبين لا يتحلل

الدور الاول 2021

$$\frac{16 - x^2}{3x + 5} \times \frac{3x^2 + 2x - 5}{x^2 + 3x - 4} = \frac{(4 + x)(4 - x)}{3x + 5} \times \frac{(3x + 5)(x - 1)}{(x + 4)(x - 1)}$$

فرق بين مربعين التجربة

$$= 4 - x$$

مثال

تمرين

1

$$\frac{2z^2 - 4z + 2}{z^2 - 7z + 6} = \frac{2(z^2 - 2z + 1)}{(z - 6)(z - 1)} = \frac{2(z - 1)(z - 1)}{(z - 6)(z - 1)} = \frac{2(z - 1)}{(z - 6)}$$

التجربة



التجربة

الدور الاول 2019

$$\frac{5x + 3}{x + 3} \times \frac{x^2 + 5x + 6}{25x^2 - 9} = \frac{5x + 3}{x + 3} \times \frac{(x + 3)(x + 2)}{(5x + 3)(5x - 3)} = \frac{x + 2}{5x - 3}$$

فرق بين مربعين



4

$$\frac{z^2 + 7z - 8}{z - 1} \times \frac{z^2 - 4}{z^2 + 6z - 16} = \frac{(z + 8)(z - 1)}{z - 1} \times \frac{(z + 2)(z - 2)}{(z + 8)(z - 2)} = z + 2$$

التجربة

فرق بين مربعين

التجربة



الدور الثاني 2022

فرق بين مربعين

فرق بين مربعين

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 4} \times \frac{x^2 - 4}{x^2 - x + 6} = \frac{(x + 3)(x - 3)}{(x + 2)(x + 2)} \times \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x - 3)(x - 2)} = \frac{(x + 3)}{(x + 2)}$$

التجربة

التجربة



الدور الاول 2022

عامل مشترك

التجربة

$$\frac{2y^2 - 2y}{y^2 - 9} \div \frac{y^2 + y - 2}{y^2 + 2y - 3} = \frac{2y(y - 1)}{(y - 3)(y + 3)} \times \frac{(y + 3)(y - 1)}{(y + 2)(y - 1)}$$

فرق بين مربعين

التجربة

$$= \frac{2y(y - 1)}{(y - 3)(y + 2)}$$

6

13

الدور الثالث 2019

$$\frac{x+5}{12x} \times \frac{6x-30}{x^2-25} = \frac{x+5}{12x} \times \frac{6(x-5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{2x}$$

عامل مشترك

فرق بين مربعين

14

$$\frac{3-x}{4-2x} \times \frac{x^2+x-6}{9-x^2} = \frac{3-x}{2(2-x)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{(3-x)(3+x)} = \frac{x-2}{2(2-x)} = \frac{-1}{2}$$

التجربة

$-(2-x)$

عامل مشترك

فرق بين مربعين

$$\frac{z+3}{z^2+2z-3} = \frac{z+3}{(z+3)(z-1)} = \frac{1}{z-1}$$

التجربة

الدور الثالث 2021

$$\frac{5y-15}{(y-3)^2} = \frac{5(y-3)}{(y-3)(y-3)} = \frac{5}{y-3}$$

عامل مشترك

فبراير 2022

$$\frac{12}{3t-6} \div \frac{8}{2t^2-2t-4} = \frac{12}{3(t-2)} \times \frac{2(t^2-t-2)}{8}$$

$$= \frac{12^4}{3(t-2)} \times \frac{2(t-2)(t+1)}{8} = \frac{4}{(t-2)} \times \frac{2(t-2)(t+1)}{8}$$

$$= t+1$$

التجربة

الدور الاول 2023

$$\frac{2y^2+4y}{y^2-9} \div \frac{y^2+y-2}{y^2+2y-3} = \frac{2y(y-2)}{(y-3)(y+3)} \times \frac{(y+3)(y-1)}{(y+2)(y-1)} = \frac{2y}{(y-3)}$$

عامل مشترك

التجربة

فرق بين مربعين

التجربة

فرق بين مكعبين

$$\frac{y^3 - 8}{2y^2 + 4y + 8} = \frac{(y - 2)(y^2 + 2y + 4)}{2(y^2 + 2y + 4)} = \frac{y - 2}{2}$$

عامل مشترك

التجربة

$$\frac{z^2 - 4}{z + 2} \times \frac{z^2 + 9z + 20}{z^2 + 2z - 8} =$$

$$\frac{x + 3}{4x} \times \frac{4x - 12}{x^2 - 9} =$$

$$\frac{z^2 - 2z - 15}{9 + 3z} \times \frac{5}{z^2 - 25} =$$

$$\frac{x^2 - 49}{2x^2 + 9x - 35} \div \frac{x - 7}{4x^2 - 25} =$$

$$\frac{y + 2}{2y - 4} \div \frac{y^3 + 8}{y - 2}$$

واجب

Mohammed Abdul Karim

ملاحظة ذكرنا سابقا من المهم البدء بتحليل مقدار الفرق ومجموع مكعبين وذلك لوجود حد جبري ثلاثي الحدود لا يمكن تحليله وانما يكون مشابه للقوس الكبير الناتج من تحليل الفرق ومجموع مكعبين ... لاحظ الأمثلة والتمارين القادمة

مجموع مكعبين

مكعب الحداينة

$$\frac{8 + t^3}{4 - 2t + t^2} \div \frac{(2 + t)^3}{t^2 + 9t + 14} = \frac{8 + t^3}{4 - 2t + t^2} \times \frac{t^2 + 9t + 14}{(2 + t)^3}$$

التجربة

$$= \frac{(2 + t)(4 - 2t + t^2)}{4 - 2t + t^2} \times \frac{(t + 2)(t + 7)}{(2 + t)(2 + t)(2 + t)} = \frac{t + 7}{t + 2}$$

مجموع مكعبين

12

الدور الأول 2019

$$\frac{y^3 + 27}{y^3 - 3y^2 + 9y} = \frac{(y + 3)(y^2 - 3y + 9)}{y(y^2 - 3y + 9)} = \frac{y + 3}{y}$$

عامل مشترك



15

عامل مشترك

فرق بين مربعين

$$\frac{y^2 - 7y}{y^3 - 27} \div \frac{y^2 - 49}{y^2 + 3y + 9} = \frac{y(y - 7)}{(y - 3)(y^2 + 3y + 9)} \div \frac{(y - 7)(y + 7)}{y^2 + 3y + 9}$$

فرق بين مكعبين

$$= \frac{y(y - 7)}{(y - 3)(y^2 + 3y + 9)} \times \frac{y^2 + 3y + 9}{(y - 7)(y + 7)} = \frac{y}{(y - 3)(y + 7)}$$

فرق بين مربعين

الدور الأول 2022

$$\frac{y^2 - 25}{y^3 - 8} \div \frac{y - 5}{2y^2 + 4y + 8} = \frac{(y - 5)(y + 5)}{(y - 2)(y^2 + 2y + 4)} \times \frac{2(y^2 + 2y + 4)}{(y - 5)}$$

فرق بين مكعبين

عامل مشترك

$$= \frac{y + 5}{y - 2}$$



$$\frac{64 - z^3}{32 + 8z + 2z^2} \div \frac{(4 - z)^2}{16 - z^2} =$$

$$\frac{27 - x^3}{2x^2 + 6x + 18} \div \frac{(3 - x)^2}{x^2 - x - 6} =$$

$$\frac{y + 2}{y^2 + 2y + 4} \times \frac{y^3 - 8}{y^2 - 4} =$$

واجب



$$\frac{1 - z^3}{1 + z + z^2} \div \frac{(1 - z)^2}{1 - z^2} =$$



تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها

(1) نحلل البسط والمقام بأحدي طرق التحليل السابقة ونختصر العوامل المتشابهة بين بسط ومقام نفس الحدودية .

(2) نلاحظ المقامات اذا كانت متشابهة نجري عملية الجمع أو الطرح للبسط وبأخذ احدى المقامات .

(3) اذا كانت المقامات مختلفة (غير متشابهة) نوحدها ذلك بأخذ المضاعف المشترك الأصغر للمقامات

اذا كانت المقامات متشابهة

فرق بين مربعين

$$\frac{y^2}{y+2} - \frac{4}{y+2} = \frac{y^2 - 4}{y+2} = \frac{(y+2)(y-2)}{y+2} = y-2$$

نجمع البسط ويبقى المقام على حاله لان المقامات متشابهة

الحالة الاولى

مثال

الدور الثاني 2021

عامل مشترك

$$\frac{7x - 14}{x^2 - 4} + \frac{5}{x+2} = \frac{7(x-2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{5}{x+2} = \frac{7}{x+2} + \frac{5}{x+2} = \frac{7+5}{x+2}$$

فرق بين مربعين

$$= \frac{12}{x+2}$$

مثال

تمهيدي 2023

فرق بين مكعبين

$$\frac{t^2 + 2t + 4}{t^3 - 8} + \frac{12}{3t - 6} = \frac{t^2 + 2t + 4}{(t-2)(t^2 + 2t + 4)} + \frac{12}{3(t-2)}$$

عامل مشترك

$$= \frac{1}{t-2} + \frac{4}{t-2} = \frac{5}{t-2}$$

مثال

8

عامل مشترك

فرق بين مكعبين

$$\frac{2y^3 - 128}{y^3 + 4y^2 + 16y} - \frac{y - 1}{y} = \frac{2(y^3 - 64)}{y(y^2 + 4y + 16)} - \frac{y - 1}{y}$$

$$= \frac{2(y - 4)(y^2 + 4y + 16)}{y(y^2 + 4y + 16)} - \frac{y - 1}{y}$$

عامل مشترك

$$= \frac{2(y - 4)}{y} - \frac{(y - 1)}{y} =$$

نطرح لان المقامات متشابهة

$$= \frac{2y - 8 - (y - 1)}{y} = \frac{2y - 8 - y + 1}{y} = \frac{y - 7}{y}$$

نوزع الإشارة السالبة على القوس



$$\frac{3}{x - 2} - \frac{2}{x - 2} + \frac{4 + 2x + x^2}{x^3 - 8} = \frac{3}{x - 2} - \frac{2}{x - 2} + \frac{4 + 2x + x^2}{(x - 2)(4 + 2x + x^2)}$$

$$= \frac{3}{x - 2} - \frac{2}{x - 2} + \frac{1}{x - 2} = \frac{0}{x - 2} = 0$$

فرق بين مكعبين



ثوبتي 2023

عامل مشترك

$$\frac{7x - 14}{x^2 - 4} + \frac{5}{x + 2} = \frac{7(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{5}{x + 2} = \frac{7}{x + 2} + \frac{5}{x + 2} = \frac{12}{x + 2}$$

فرق بين مربعين



الدور الاول 2024

$$\frac{5}{x^2 - 49} + \frac{-4}{(x - 7)(x + 7)} = \frac{5}{(x - 7)(x + 7)} + \frac{-4}{(x - 7)(x + 7)}$$

$$= \frac{5 - 4}{(x - 7)(x + 7)} = \frac{1}{(x - 7)(x + 7)}$$

فرق بين مربعين

الحالة الثانية

إذا كانت المقامات غير متشابهة

مثال

$$\frac{4Z}{2Z-5} - \frac{Z}{Z+3} = \frac{4Z(Z+3) - Z(2Z-5)}{(2Z-5)(Z+3)} = \frac{4Z^2 + 12Z - 2Z^2 + 5Z}{(2Z-5)(Z+3)}$$

نوجد المقامات بأخذ مقامات المقام بدون تكرار

$$= \frac{2Z^2 + 17Z}{(2Z-5)(Z+3)} = \frac{Z(2Z+17)}{(2Z-5)(Z+3)}$$

$$\frac{8}{v+4} + \frac{2}{v-4} - \frac{1}{v^2-16} = \frac{8}{v+4} + \frac{2}{v-4} - \frac{1}{(v+4)(v-4)}$$

مثال

فرق بين مربعين

$$= \frac{8(v-4) + 2(v+4) - 1}{(v+4)(v-4)}$$

$$= \frac{8v - 32 + 2v + 8 - 1}{(v+4)(v-4)} = \frac{10v - 25}{(v+4)(v-4)} = \frac{5(2v-5)}{(v+4)(v-4)}$$

7

$$\frac{2}{x^2-9} + \frac{3}{x^2-4x+3} = \frac{2}{(x+3)(x-3)} + \frac{3}{(x-3)(x-1)}$$

فرق بين مربعين

التجربة

$$= \frac{2(x-1) + 3(x+3)}{(x+3)(x-3)(x-1)} = \frac{2x-2+3x+9}{(x+3)(x-3)(x-1)} = \frac{5x+7}{(x+3)(x-3)(x-1)}$$

$$\frac{z^2 + z + 1}{z^4 - z} - \frac{z + 3}{z^2 + 2z - 3} = \frac{z^2 + z + 1}{z(z^3 - 1)} - \frac{z + 3}{(z + 3)(z - 1)}$$

عامل مشترك

التجربة

فرق بين مكعبين

9

$$= \frac{z^2 + z + 1}{z(z - 1)(z^2 + z + 1)} = \frac{1}{z(z - 1)} - \frac{1}{(z - 1)} = \frac{1 - z}{z(z - 1)} = \frac{-1}{z}$$



10

فرق بين مربعين

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} - 1 = \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x - 1)} - 1 = \frac{(x + 1)}{(x - 1)} - \frac{(x - 1)}{(x - 1)}$$

$$1 = \frac{(x - 1)}{(x - 1)}$$

التجربة

$$= \frac{(x + 1) - (x - 1)}{(x - 1)} = \frac{x + 1 - x + 1}{x - 1} = \frac{2}{x - 1}$$



11

$$\frac{3}{z - 1} + \frac{2}{z + 3} + \frac{8}{z^2 + 2z - 3} = \frac{3}{z - 1} + \frac{2}{z + 3} + \frac{8}{(z + 3)(z - 1)}$$

$$= \frac{3(z + 3) + 2(z - 1) + 8}{(z + 3)(z - 1)} = \frac{3z + 9 + 2z - 2 + 8}{(z + 3)(z - 1)}$$

$$= \frac{5z + 15}{(z + 3)(z - 1)} = \frac{5(z + 3)}{(z + 3)(z - 1)} = \frac{5}{(z - 1)}$$

$$\frac{y-3}{y-1} + \frac{5y-15}{(y-3)^2} - \frac{3y+1}{y^2-4y+3} =$$

12

$$= \frac{y-3}{y-1} + \frac{5(y-3)}{(y-3)(y-3)} - \frac{3y+1}{(y+3)(y-1)}$$

$$\frac{y-3}{y-1} + \frac{5}{(y-3)} - \frac{3y+1}{(y-3)(y-1)}$$

$$= \frac{(y-3)(y-3) + 5(y-1) - (3y+1)}{(y-3)(y-1)}$$

$$= \frac{y^2 - 3y - 3y + 9 + 5y - 5 - 3y - 1}{(y-3)(y-1)}$$

$$= \frac{y^2 - 4y + 3}{(y-3)(y-1)} = \frac{(y-3)(y-1)}{(y-3)(y-1)} = 1$$



$$\frac{5}{x^2-36} - \frac{2}{x^2-12x+36} = \frac{5}{(x-6)(x+6)} - \frac{2}{(x-6)^2} =$$

16

$$\frac{5(x-6) - 2(x+6)}{(x-6)^2(x+6)} = \frac{5x-30-2x-12}{(x-6)^2(x+6)} = \frac{3x-42}{(x-6)^2(x+6)}$$



$$\frac{y-5}{y+1} + \frac{y-1}{y+5} - \frac{25}{y^2+6y+5} =$$

واجب

$$\frac{4z}{2z-5} - \frac{z}{z+3} =$$

تدرب وحل المسائل الحياتية

18

مكتبة : اذا كان المقدار الجبري $x^2 - 4$ يمثل عدد الكتب العلمية في المكتبة والمقدار الجبري $x^2 + x - 6$ يمثل عدد الكتب الأدبية فيها . اكتب نسبة الكتب العلمية الى الكتب الأدبية بأبسط صورة .

الدور الثاني 2019

$$\frac{\text{عدد الكتب العلمية}}{\text{عدد الكتب الأدبية}} = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x+2}{x+3}$$



19

هندسة : مستطيل أبعاده 5, 3 أمتار وسع الى مستطيل أكبر وذلك بأحاطته بممر عرضه x متر . اكتب المقدار الجبري الذي يمثل مجموع نسبتي طول المستطيل قبل التوسيع الى طوله بعد التوسيع ونسبة عرض المستطيل قبل التوسيع الى عرضه بعد التوسيع بأبسط صورة

$$\begin{aligned} \text{طول المستطيل قبل التوسيع} &= 3, & \text{طول المستطيل بعد التوسيع} &= 2x + 3 \\ \text{عرض المستطيل قبل التوسيع} &= 5, & \text{عرض المستطيل بعد التوسيع} &= 2x + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{عرض المستطيل قبل التوسيع}}{\text{عرض المستطيل بعد التوسيع}} + \frac{\text{طول المستطيل قبل التوسيع}}{\text{طول المستطيل بعد التوسيع}} \\ &= \frac{3}{2x+3} + \frac{5}{2x+5} = \frac{3(2x+5) + 5(2x+3)}{(2x+3)(2x+5)} \\ &= \frac{6x+15+10x+15}{(2x+3)(2x+5)} = \frac{16x+30}{(2x+3)(2x+5)} \end{aligned}$$



20 | لعبة نارية : المقدار الجبري $20 + 15t - 5t^2$ يمثل ارتفاع الأمتار لقذيفة ألعاب نارية أطلقت من سطح بناية ارتفاعها 20 مترا اذ t تمثل زمن وصول القذيفة بالثواني الى الهدف . والمقدار الجبري $4 + 19t - 5t^2$ يمثل ارتفاع قذيفة أخرى أطلقت من سطح بناية ارتفاعها 4 أمتار . اكتب نسبة ارتفاع القذيفة الأولى الى ارتفاع القذيفة الثانية بأبسط صورة .

$$\frac{\text{ارتفاع القذيفة الأولى}}{\text{ارتفاع القذيفة الثانية}} = \frac{20 + 15t - 5t^2}{4 + 19t - 5t^2} = \frac{5(4 + 3t - t^2)}{(1 + 5t)(4 - t)} = \frac{5(1 + t)(4 - t)}{(1 + 5t)(4 - t)}$$

$$= \frac{5(1 + t)}{1 + 5t}$$

فكر

تحد : بسط كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية

21

$$\frac{y^2 - 5}{2y^3 - 16} \div \frac{y - \sqrt{5}}{2y^2 + 4y + 8} = \frac{(y + \sqrt{5})(y - \sqrt{5})}{2(y^3 - 8)} \div \frac{y - \sqrt{5}}{2(y^2 + 2y + 4)} =$$

$$= \frac{(y + \sqrt{5})(y - \sqrt{5})}{2(y - 2)(y^2 + 2y + 4)} \times \frac{2(y^2 + 2y + 4)}{y - \sqrt{5}} = \frac{y + \sqrt{5}}{y - 2}$$

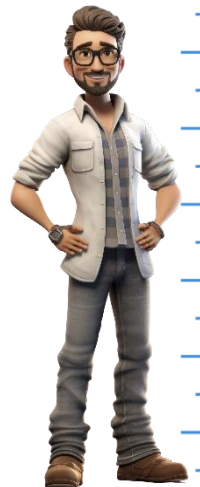
22

أصحح الخطأ : بسط سماح المقدار الجبري وكتبته بأبسط صورة كما يأتي :

اكتشف خطأ سماح وصححه .

$$\frac{Z^2 - Z - 30}{5 + Z} \times \frac{2Z + 12}{Z^2 - 36} = 1$$

$$\frac{(z-6)(z+5)}{5+z} \times \frac{2(z+6)}{(z-6)(z+6)} = 2$$



23 حس عددي : ما ناتج جمع المقدارين الجبريين بدون استعمال الورقة والقلم ؟
وضح ذلك

$$\frac{5}{x^2 - 49} + \frac{-4}{(x - 7)(x + 7)}$$

$$\frac{5}{x^2 - 49} + \frac{-4}{(x - 7)(x + 7)}$$

$$= \frac{5}{(x + 7)(x - 7)} + \frac{-4}{(x - 7)(x + 7)} = \frac{5 - 4}{(x + 7)(x - 7)} = \frac{1}{(x + 7)(x - 7)}$$



فرق بين مربعين

$$\frac{Z^2 + Z - 6}{2Z^2 + 2Z - 12} \div \frac{Z^2 - 16}{2Z + 8}$$

عامل مشترك عامل مشترك

أكتب // قيمة المقدار الجبري بأبسط صورة :

$$\frac{Z^2 + Z - 6}{2Z^2 + 2Z - 12} \div \frac{Z^2 - 16}{2Z + 8} = \frac{Z^2 + Z - 6}{2(Z^2 + Z - 6)} \times \frac{2(z + 4)}{(z - 4)(z + 4)} = \frac{1}{(z - 4)}$$

الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

تم الفصل الثاني والله الحمد ... اسئلكم الدعاء لوالدي بالرحمة
والمغفرة

الرياضيات

شرح مفصل للمادة .. حل جميع التمارين ... حل جميع الـوزاريات

2
0
2
5

الفصل الثالث

الرياضيات

الاستاذ

محمد عبد الكريم

البصرة متوسطة التحرير ... 07722928858

حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين

حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانيا

ليكن $L_1 : a_1x + b_1y = c_1$, $L_2 : a_2x + b_2y = c_2$ معادلتين من الدرجة الأولى بمتغيرين x, y لحل هذا النظام بيانيا نتبع ما يأتي :

[1] تمثيل كل من المستقيمين في المستوي الإحداثي .

[2] لإيجاد إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين يرسم عمودان من النقطة على

المحور الصادي والسيني فتكون نقطة

التقاطع تمثل مجموعة الحل .

مثال

جد مجموعة حل النظام بيانيا في R

$$x - y = 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$x + y = 3 \quad \text{--- (2)}$$

الدور الثاني 2021

نرمز للمعادلة 2 بالرمز L_2

$x + y = 3$ هي L_2

$y = 3 - x$ هي L_2

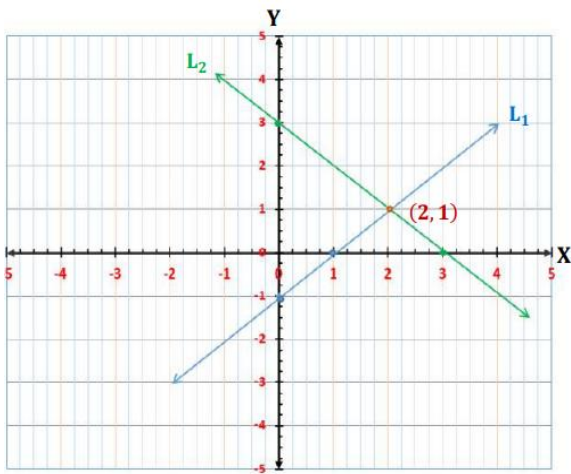
نرمز للمعادلة 1 بالرمز L_1

$x - y = 1$ هي L_1

$y = -1 + x$ هي L_1

x	$Y = 3 - x$	y	(x, y)
0	$3 - 0$	3	(0, 3)
1	$3 - 1$	2	(1, 2)

x	$y = -1 + x$	y	(x, y)
0	$0 - 1$	-1	(0, -1)
1	$1 - 1$	0	(1, 0)



نحدد النقطتين من كل معادلة على المستوي الاحداثي
...ونرسم خط مستقيم يمر بهما... نقطة تقاطع المستقيمين
هي مجموعة الحل

$$S = \{(2, 1)\}$$

مجموعة الحل

تمرين
1

$$3x - y = 6 \text{ --- (1)}$$

$$x - y = 3 \text{ --- (2)}$$

نرمز للمعادلة 2 بالرمز L_2

$x - y = 3$ هي L_2

$y = -3 + x$ هي L_2

x $y = -3 + x$ y (x, y)

0	$-3 + 0$	-3	$(0, -3)$
1	$-3 + 1$	4	$(1, -2)$

نرمز للمعادلة 1 بالرمز L_1

$3x - y = 6$ هي L_1

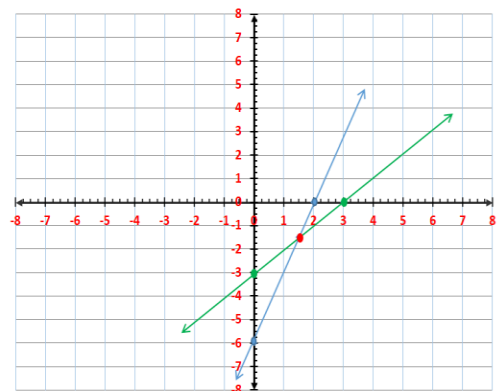
$y = -6 + 3x$ هي L_1

x $y = -6 + 3x$ y (x, y)

0	$-6 + 0$	-6	$(0, -6)$
1	$-6 + 3$	3	$(1, -3)$

$$S = \left\{ \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right) \right\}$$

مجموعة الحل



جد مجموعة حل النظام بيانيا في R

تمرين

2

$$y - x = 3 \text{ --- (1)}$$

$$y + x = 0 \text{ --- (2)}$$

نرمز للمعادلة 2 بالرمز L_2

L_2 هي $x + y = 0$

L_2 هي $y = -x$

نرمز للمعادلة 1 بالرمز L_1

L_1 هي $y - x = 3$

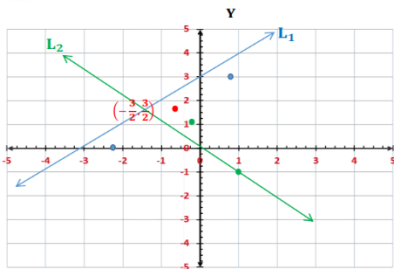
L_1 هي $y = 3 + x$

:

x	$Y = -x$	y	(x, y)
0	0	0	(0, 0)
1	-1	-1	(1, -1)

x	$y = 3 + x$	y	(x, y)
0	3 + 0	3	(0, 3)
1	3 + 1	4	(1, 4)

مجموعة حل النظام: $\left\{\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)\right\}$



تمرين

3

$$y = x - 2 \text{ --- (1)}$$

$$y = 3 - x \text{ --- (2)}$$

نرمز للمعادلة 2 بالرمز L_2

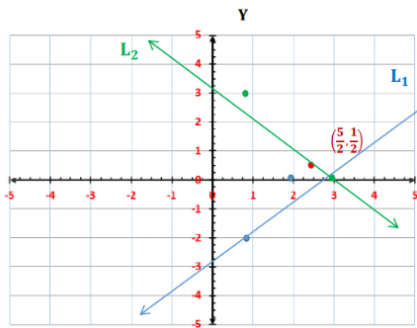
L_2 هي $y = 3 - x$

نرمز للمعادلة 1 بالرمز L_1

L_1 هي $y = x - 2$

x	$Y = 3 - x$	y	(x, y)
0	$3 - 0$	3	(0, 3)
1	$3 - 1$	2	(1, 2)

x	$y = x - 2$	y	(x, y)
0	$0 - 2$	-2	(0, -2)
1	$1 - 2$	-1	(1, -1)



مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)\right\}$



$x - y = -4$ — — — (1)

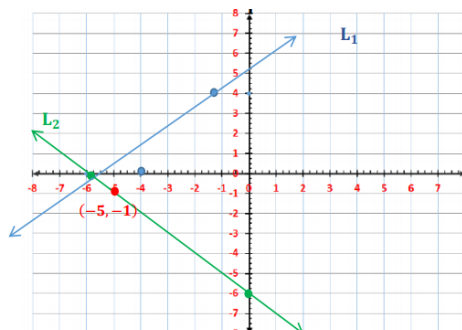
$y + x = -6$ — — — (2)

نرمز للمعادلة 2 بالرمز L_2

L_2 هي $y + x = 6$

L_2 هي $y = 6 - x$

x	$Y = 6 - x$	y	(x, y)
0	$6 - 0$	6	(0, 6)
1	$6 - 1$	5	(1, 5)



نرمز للمعادلة 1 بالرمز L_1

L_1 هي $x - y = -4$

L_1 هي $y = 4 + x$

x	$y = 4 + x$	y	(x, y)
0	$4 + 0$	4	(0, 4)
1	$4 + 1$	5	(1, 5)

مجموعة الحل : $\{(-5, -1)\}$

تعرين
13

جد مجموعة حل النظام بيانيا في R

تمرين

14

$$y = x - 4 \text{ ——— (1)}$$

$$x = 2 - y \text{ ——— (2)}$$

نرمز للمعادلة 2 بالرمز L_2

$x = 2 - y$ هي L_2

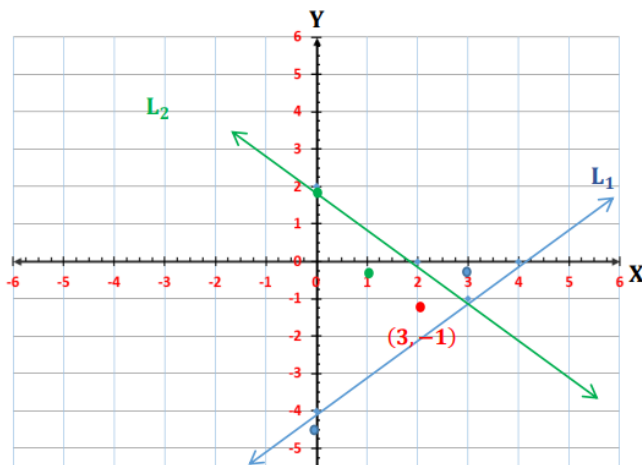
$y = 2 - x$ هي L_2

نرمز للمعادلة 1 بالرمز L_1

$y = x - 4$ هي L_1

x	$Y = 2 - x$	y	(x, y)
0	$2 - 0$	2	(0, 2)
1	$2 - 1$	1	(1, 1)

x	$y = x - 4$	y	(x, y)
0	$0 - 4$	-4	(0, -4)
1	$1 - 4$	-3	(1, -3)



مجموعة حل النظام: $\{(3, -1)\}$

حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة التعويض

تتلخص هذه الطريقة لحل نظام من معادلتين بتحويل إحدى المعادلتين الى معادلة بمتغير واحد فقط وذلك بإيجاد علاقة بين X, Y من إحدى المعادلتين وتعويضها في المعادلة الأخرىتابع خطوات الحل

جد مجموعة الحل للنظام في R باستعمال ال التعويض :

تمرين
5

$$x - 2y = 11 \quad (1)$$

$$2x - 3y = 18 \quad (2)$$

سوف نختار المعادلة 1... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير x لوحده على طرف
نحول ال $2y$ على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$x = 11 + 2y \quad (3)$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$$2(11 + 2y) - 3y = 18$$

نوزع ال 2 على القوس

$$22 + 4y - 3y = 18$$

نجمع الحدود المتشابهة .. ونحول ال 22 الى الطرف الاخر

$$y = 18 - 22 = -4$$

نعوض قيمة $y = -4$ في معادلة (3)

$$x = 11 + 2(-4) = 11 - 8 = 3$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(3, -4)\}$



$$x + 8y = 10 \quad \text{--- (1)}$$

$$x - 4y = 2 \quad \text{--- (2)}$$

نختار احدى المعادلتين لتكوين معادلة ثالثة والأفضل ان يكون احد متغيراتها معاملها مساوي لل 1

سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير X لوحده على طرف

$$x = 2 + 4y \quad \text{--- (3)}$$

نحول ال 4Y على الطرف الثاني ونقلب اشارته

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$(2 + 4y) + 8y = 10$$

نجمع الحدود المتشابهه .. ونحول ال 2 الى الطرف الاخر

$$12y = 10 - 2$$

$$12y = 8$$

$$y = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

نعوض عن قيمة $y = \frac{2}{3}$ في معادلة (3)

$$x = 2 + 4\left(\frac{2}{3}\right) =$$

$$= 2 + \frac{8}{3} = \frac{6 + 8}{3} = \frac{14}{3}$$

مجموعة حل النظام : $S = \left\{\left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right)\right\}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين في R باستعمال طريقة التعويض لكل مما يأتي

تمرين
16

$$2x - y = -4 \quad (1)$$

$$3x - y = 3 \quad (2)$$

نختار احدى المعادلتين لتكوين معادلة ثالثة والأفضل ان يكون احد متغيراتها معاملها مساوي لل 1

سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير x لوحده على طرف

$$y = 3x - 3 \quad (3)$$

نحول ال $3x$ على الطرف الثاني ونقلب إشارات المعادلة
لان y سالب

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$2x - (3x - 3) = -4$$

نوزع الإشارة السالبة على القوس

$$2x - 3x + 3 = -4$$

نجمع الحدود المتشابهة .. ونحول ال 3 الى الطرف الاخر

$$-x = -4 - 3$$

$$-x = -7$$

$$x = 7$$

نعوض قيمة $x = 7$ في معادلة (3)

$$y = 3(7) - 3 = 21 - 3 = 18$$

مجموع حل النظام $\{(7, 18)\}$

تمرين

15

$$3x + 2y = 2 \text{ ————— (1)}$$

$$x - y = 8 \text{ ————— (2)}$$

نختار احدى المعادلتين لتكوين معادلة ثالثة والأفضل ان يكون احد متغيراتها معاملها مساوي لل 1

سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير X لوحده على طرف

$$x = 8 + y \text{ ————— (3)}$$

نحول ال y على الطرف الثاني ونقلب اشارتها

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$3(8 + y) + 2y = 2$$

نوزع ال 3 على القوس

$$24 + 3y + 2y = 2$$

نجمع الحدود المتشابهة .. ونحول ال 24 الى الطرف الاخر

$$5y = 2 - 24$$

$$5y = -22$$

$$y = \frac{-22}{5}$$

نعوض قيمة $y = -\frac{22}{5}$ في معادلة (3)

$$x = 8 - \frac{22}{5} = \frac{40 - 22}{5} = \frac{18}{5}$$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{18}{5}, -\frac{22}{5}\right)\right\}$



$$y - x = 3 \text{ ————— (1)}$$

$$x + y = 0 \text{ ————— (2)}$$

نختار احدى المعادلتين لتكوين معادلة ثالثة والأفضل ان يكون احد متغيراتها معاملها مساوي لل 1

سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير x لوحده على طرف

$$x = -y \text{ ————— (3)}$$

نحول ال y على الطرف الثاني ونقلب اشارتها

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$-y - y = 3$$

نجمع الحدود المتشابهه ..

$$-2y = 3$$

$$y = \frac{-2}{3}$$

$$x = -\left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

مجموعة حل النظام: $\left\{\left(\frac{-2}{3}, \frac{2}{3}\right)\right\}$



الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

$$y - 5x = 10 \quad (1)$$

$$y - 3x = 8 \quad (2)$$

نختار احدى المعادلتين لتكوين معادلة ثالثة والأفضل ان يكون احد متغيراتها معاملها مساوي لل 1

سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير x لوحده على طرف

$$y = 8 + 3x \quad (3)$$

نحول ال $3x$ على الطرف الثاني ونقلب اشارتها

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$8 + 3x - 5x = 10$$

نطرح الحدود المتشابهة .. ونحول ال 8 الى الطرف الاخر

$$-2x = 10 - 8$$

$$-2x = 2$$

$$x = -1$$

نعوض قيمة $x = -1$ في معادلة (3)

$$x = 8 + 3(-1)$$

$$x = 8 - 3 = 5$$

مجموعة حل النظام : $\{(-1, 5)\}$

قويدي 2023

$$2x - y = 7 \text{ ————— (1)}$$

$$x + y = 8 \text{ ————— (2)}$$

نختار احدى المعادلتين لتكوين معادلة ثالثة والأفضل ان يكون احد متغيراتها معاملها مساوي لل 1

سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير X لوحده على طرف

$$x = 8 - y \text{ ————— (3)}$$

نحول ال y على الطرف الثاني ونقلب اشارتها

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$2(8 - y) - y = 7$$

$$16 - 2y - y = 7$$

$$-3y = 7 - 16$$

$$-3y = -9$$

$$y = 3$$

نجمع الحدود المتشابهة .. ونحول ال 16 الى الطرف الاخر

نعوض قيمة $y = 3$ في معادلة (3)

$$x = 8 - 3 = 5$$

مجموعة حل النظام : $\{(3, 5)\}$

الدور الأول 2021

$$2x - y = -3 \text{ — — — — (1)}$$

$$x + y = 6 \text{ — — — — (2)}$$

نختار احدى المعادلتين لتكوين معادلة ثالثة والأفضل ان يكون احد متغيراتها معاملها مساوي لل 1

سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير X لوحده على طرف

$$x = 6 - y \text{ — — — — (3)}$$

نحول ال y على الطرف الثاني ونقلب اشارتها

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$2(6 - y) - y = -3$$

$$12 - 2y - y = -3$$

$$-3y = -3 - 12$$

$$-3y = -15$$

$$y = 5$$

نجمع الحدود المتشابهة .. ونحول ال 24 الى الطرف الاخر

نعوض قيمة $y = 5$ في معادلة (3)

$$x = 6 - 5 = 1$$

مجموعة حل النظام : $\{(5, 1)\}$

ملاحظة

في مسائل طريقة التعويض والتي يكون شكلها كما في المثال القادم يمكن الحل بهذه الطريقة (كذلك يمكن استخدام هذه الطريقة على كل الأسئلة)

مثال

شبيبي 2019

$$y = 4x \text{ --- (1)}$$

$$y = x + 6 \text{ --- (2)}$$

لاحظ في هذا المثال المعادلات جاهزة لا تحتاج الى معادلة 3

نعوض معادلة (1) في معادلة (2)

$$4x = x + 6$$

$$4x - x = 6$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3} = 2$$

نطرح الحدود المتشابهة

بالقسمة على 3

$$y = 2 + 6 = 8$$

نعوض قيمة $x = 2$ في معادلة (2)

مجموعة حل النظام : $S = \{(2, 8)\}$



$$y = 1 + x \text{ ... (1)}$$

$$y = 2 - x \text{ ... (2)}$$

الدور الاول 2023

نعوض معادلة (1) في معادلة (2)

نجعل الاعداد على طرف والمتغيرات على طرف

نجمع الحدود المتشابهة

بالقسمة على 2

$$1 + x = 2 - x$$

$$x + x = 2 - 1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

نعوض قيمة $x = \frac{1}{2}$ في معادلة (1)

مجموعة حل النظام : $S = \left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) \right\}$



$$y = x - 2 \dots \dots \dots (1)$$

$$y = 3 - x \dots \dots \dots (2)$$

2021 تهيدي

نعوض معادلة (1) في معادلة (2)

نجعل الاعداد على طرف والمتغيرات على طرف

نجمع الحدود المتشابهة

بالقسمة على 2

$$x - 2 = 3 - x$$

$$x + x = 3 + 2$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

نعوض قيمة $x = \frac{5}{2}$ في معادلة (1)

$$y = \frac{5}{2} - 3 = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\} \quad \text{مجموعة حل النظام :}$$



إذا كانت المعادلة احد معاملاتها كسر او كلاهما

ملاحظة

الدور الاول 2024

$$x + y = 25 \quad \text{---} \quad (1)$$

$$x + \frac{1}{2}y = 20 \quad \text{---} \quad (2)$$

$$2x + y = 40 \quad \text{---} \quad (2)$$

نضرب المعادلة 2 في مقام الكسر وهو 2

نختار احدى المعادلتين لتكوين معادلة ثالثة والأفضل ان يكون احد متغيراتها معاملها مساوي لل 1
سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير y لوحده على طرف

$$y = 40 - 2x \quad \text{---} \quad (3)$$

نحول ال x 2 على الطرف الثاني ونقلب اشارتها

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$x + 40 - 2x = 25$$

نطرح الحدود المتشابهة .. ونحول ال 40 الى الطرف الاخر

$$-x = 25 - 40$$

$$-x = -15 \quad \rightarrow x = 15$$

نعوض قيمة $x = 15$ في معادلة (3)

$$y = 40 - 2(15) = 40 - 30 = 10$$

مجموعة حل النظام : $\{(15, 10)\}$

$$\frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \text{ ————— (1)}$$

نضرب المعادلة 1 في 6

$$y - \frac{x}{3} = 4 \text{ ————— (2)}$$

نضرب المعادلة 2 في 3

$$4x - 3y = 6 \text{ ————— (1)}$$

تمرين
10

$$3y - x = 12 \text{ ————— (2)}$$

نختار احدى المعادلتين لتكوين معادلة ثالثة والأفضل ان يكون احد متغيراتها معاملها مساوي لل 1

سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير X لوحده على طرف

نحول ال 3y على الطرف الثاني ونقلب اشارتها

$$x = -12 + 3y \text{ ————— (3)}$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$4(-12 + 3y) - 3y = 6$$

نوزع ال 4 على القوس

$$-48 + 12y - 3y = 6$$

نطرح الحدود المتشابهة .. ونحول ال 48 الى الطرف الاخر

$$9y = 6 + 48$$

$$9y = 54$$

بالقسمة على 9

$$y = 6$$

نعوض قيمة $y = 6$ في معادلة (3)

$$x = -12 + 3(6) = -12 + 18 = 6$$

مجموعة حل النظام : $\{(6, 6)\}$

ملاحظة

تعريف
4

قد تكون معاملات المتغيرات جميعها لا تساوي 1

$$2x + 3y = 1 \text{ ————— (1)}$$

$$3x - 2y = 0 \text{ ————— (1)}$$

سوف نختار المعادلة 2... نعيد كتابتها بحيث يبقى المتغير X لوحده على طرف

نحول ال 2y على الطرف الثاني ونقلب اشارتها

$$3x = 0 + 2y \rightarrow 3x = 2y$$

بالقسمة على 3

$$x = \frac{2}{3}y \text{ ————— (3)}$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$2\left(\frac{2}{3}y\right) + 3y = 1$$

$$\frac{4}{3}y + 3y = 1$$

نضرب المعادلة في 3 للتخلص من الكسر .. كذلك يمكن توحيد المقامات

$$4y + 9y = 3$$

نجمع الحدود المتشابهة ..

$$13y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{13}$$

نعوض قيمة $y = \frac{3}{13}$ في معادلة (3)

$$x = \frac{2}{3} \times \frac{3}{13} = \frac{2}{13}$$

مجموعة حل النظام: $\left\{\left(\frac{2}{13}, \frac{3}{13}\right)\right\}$

نوفمبر 2024

$$y = x - 4$$

$$x = 2 - y$$

واجب

$$y = 6x + 12 \dots\dots (1)$$

$$3y = 2x - 8 \dots\dots\dots (2)$$

$$7x - 4y = 12 \dots\dots (1)$$

$$3x - y = 5 \dots\dots\dots (2)$$

$$6x - 2y - 8 = 0 \dots\dots (1)$$

$$y + x - 12 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$3x + 4y = 26 \dots\dots (1)$$

$$5x - 2y = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y = 3 \dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 4 \dots\dots\dots (2)$$

حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة الحذف

جد مجموعة حل للنظام في R باستعمال الحذف .

خطوات الحل : فكرة الموضوع ان نجعل احد المتغيرين متشابه في المعادلتين وبعكس الإشارة فنقوم بحذفه (سوف نقوم بالحل بطريقة الجمع فقط)

$$x + 2y = 5 \quad \text{--- (1)}$$

$$3x - y = 1 \quad \text{--- (2)}$$

$\times 2$

$$x + 2y = 5 \quad \text{--- (1)}$$

$$6x - 2y = 2 \quad \text{--- (2)}$$

بالجمع

$$7x = 7 \quad \rightarrow x = 1$$

بالقسمة على 7

نعوض قيمة $x = 1$ في معادلة (1)

نحول ال 1 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$1 + 2y = 5$$

$$2y = 5 - 1$$

$$2y = 4$$

بالقسمة على 2

$$y = \frac{4}{2} = 2$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(1, 2)\}$

الدور الاول 2022

ملاحظة

- 1 عند حذف المتغيرات يجب ان يكونا بعكس الإشارة .
- 2 عند ضرب المعادلة بعدد نضرب طرفي المعادلة
- 3 اذا كانت المتغيرات المراد حذفها بنفس الإشارة سوف نضرب المعادلة بعدد سالب الإشارة

تمرين
8

$$x - 3y = 6 \quad \text{--- (1)} \quad \times -2$$

$$2x - 4y = 24 \quad \text{--- (2)}$$

$$-2x + 6y = -12 \quad \text{--- (1)}$$

$$2x - 4y = 24 \quad \text{--- (2)}$$

بالجمع

$$2y = 12 \quad \rightarrow y = 6$$

بالقسمة على 2

نعوض قيمة $y = 6$ في معادلة (1)

$$x - 3(6) = 6$$

$$x = 6 + 18$$

$$x = 24$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(6, 24)\}$

تمرين

6

$$y - 5x = 10 \quad \text{--- (1)}$$

$\times -1$

$$y - 3x = 8 \quad \text{--- (2)}$$

$$-y + 5x = -10 \quad \text{--- (1)}$$

$$y - 3x = 8 \quad \text{--- (2)}$$

بالجمع

$$2x = -2 \quad \rightarrow x = -1$$

بالقسمة على 2

نعوض قيمة $x = -1$ في معادلة (1)

$$y - 5(-1) = 10$$

$$y + 5 = 10$$

$$y = 10 - 5 \quad \rightarrow y = 5$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(-1, 5)\}$



$$5x + 2y = 10 \quad \text{--- (1)}$$

$\times 2$

$$x - 4y = 2 \quad \text{--- (2)}$$

الدور الثاني 2023

$$10x + 4y = 20 \text{ — — — (1)}$$

$$x - 4y = 2 \text{ — — — (2)}$$

بالجمع

$$11x = 22 \rightarrow x = 2$$

بالقسمة على 11

نعوض قيمة $x = 2$ في معادلة (1)

$$10(2) + 4y = 20 \rightarrow 20 + 4y = 20$$

$$4y = 20 - 20$$

$$4y = 0 \rightarrow y = 0$$

بالقسمة على 4

مجموعة حل النظام : $S = \{(2, 0)\}$

ملاحظة

من الأفضل دائما ترتيب المعادلات لكي لا تحصل أخطاء عند الطالب أي تكون بالشكل

$$x_1 + y_1 = c_1 \text{ — — — — (1)}$$

$$x_2 + y_2 = c_2 \text{ — — — — (1)}$$

تمرين

9

$$3y - 2x - 7 = 0 \text{ — — — (1)}$$

نرتب المعادلات اولاً

$$y + 3x + 5 = 0 \text{ — — — (2)}$$

الدور الأول 2019

$$3y - 2x = 7 \text{ — — — (1)}$$

$$y + 3x = -5 \text{ — — — (2)}$$

$\times -3$

$$3y - 2x = 7 \text{ — — — (1)}$$

$$-3y - 9x = 15 \text{ — — — (2)}$$

بالجمع

$$-11x = 22 \rightarrow x = -2$$

بالقسمة على 11-

نعوض قيمة $x = -2$ في معادلة (2)

$$y + 3(-2) = -5 \rightarrow y - 6 = -5 \rightarrow y = 1$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(-2, 1)\}$

تمرين 17

$$3x = 22 - 4y \text{ — — — (1)}$$

$$4y = 3x - 14 \text{ — — — (2)}$$

نرتب المعادلات أولا

الدور الاول 2019

$$3x + 4y = 22 \text{ — — — (1)}$$

$$-3x + 4y = -14 \text{ — — — (2)}$$

بالجمع

$$8y = 8 \rightarrow y = 1$$

بالقسمة على 8

نعوض قيمة $y = 1$ في معادلة (1)

$$3x + 4(1) = 22$$

$$3x + 4 = 22$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(6, 1)\}$



الدور الثالث 2023

$$4x - 3y = 6 \quad \text{--- (1)}$$

$$3y - x = 12 \quad \text{--- (2)}$$

نرتب المعادلات أولا

$$4x - 3y = 6 \quad \text{--- (1)}$$

$$-x + 3y = 12 \quad \text{--- (2)}$$

بالجمع

$$3x = 18 \quad \rightarrow x = 6$$

بالقسمة على 3

نعوض قيمة $x = 6$ في معادلة (2)

$$-6 + 3y = 12$$

$$3y = 12 + 6$$

$$3y = 18 \quad \rightarrow y = 6$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(6, 6)\}$



ملاحظة في بعض الأسئلة قد نحتاج الى ضرب المعادلتين معا

$$5x - 3y = 6 \quad \text{--- (1)}$$

$\times 5$

$$2x + 5y = -10 \quad \text{--- (2)}$$

$\times 3$

بعد ان نحدد المتغير المراد حذفه والأفضل دائماً نختار المتغير المختلف الإشارة في المعادلتين نضرب المعادلة الأولى بمعامل العدد في المعادلة الثانية وبالعكس نضرب في المعادلة الثانية

$$25x - 15y = 30 \quad \text{--- (1)}$$

$$6x + 15y = -30 \quad \text{--- (2)}$$

تعرين

18

بالجمع

$$31x = 0$$

$$\rightarrow x = 0$$

بالقسمة على 31

في معادلة (2)

نعوض قيمة $x = 0$

$$6(0) + 15y = -30$$

$$15y = -30$$

$$y = -2$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(0, -2)\}$



$$0.2x - 6y = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$0.1x - 7y = -2 \quad \text{--- (2)}$$

$\times -2$

تعرين

11

$$0.2x - 6y = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$-0.2x + 14y = 4 \quad \text{--- (2)}$$

بالجمع

$$8y = 8$$

$$\rightarrow y = 1$$

نعوض قيمة $y = 1$ معادلة (2)

$$0.2x - 6(1) = 4$$

$$0.2x = 10$$

$$\div 0.2$$

$$x = \frac{10}{0.2} = \frac{100}{2} = 50$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(50, 1)\}$



$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 2\frac{3}{4} \quad \text{--- (1)}$$

تصريح

12

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 6\frac{1}{4} \quad \text{--- (2)}$$

2	2	3	4
2	1	3	2
3	1	3	1
	1	1	1
12			

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{11}{4} \quad \text{--- (1)}$$

$\times 12$

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = \frac{25}{4} \quad \text{--- (2)}$$

$\times 12$

نضرب في 12 للتخلص من الكسر

$$6x + 8y = 33 \quad \text{--- (1)}$$

$$3x - 8y = 75 \quad \text{--- (2)}$$

بالجمع

$$9x = 108 \rightarrow x = 12$$

بالقسمة على 9

نعوض قيمة $x = 12$ في معادلة (1)

$$6(12) + 8y = 33 \quad \text{--- (1)}$$

$$72 + 8y = 33$$

$$8y = 33 - 72$$

$$8y = -39$$

$$y = \frac{-39}{8}$$

مجموعة حل النظام : $S = \left\{ \left(12, \frac{-39}{8} \right) \right\}$



$$3x + 4y = 26 \quad \dots \dots (1)$$

$$5x - 2y = 0 \quad \dots \dots (2)$$

Mohammed abdul karim

واجب

$$y = 6x + 12 \quad \dots \dots (1)$$

$$3y = 2x - 8 \quad \dots \dots (2)$$

$$7x - 4y = 12 \quad \dots \dots (1)$$

$$3x - y = 5 \quad \dots \dots (2)$$

$$2y + 7x = 4 \quad \dots \dots (1)$$

$$3y - 2x = 6 \quad \dots \dots (2)$$

تدرب وحل المسائل الحياتية

19

طقس: تقل عدد الأيام (x) التي تنخفض فيها درجة الحرارة في مدينة بغداد لشهر كانون الثاني عن 10 درجات سيليزية بمقدار 9 أيام على عدد أيام (y) التي تزداد فيها درجة الحرارة على 10 درجات سيليزية . اكتب معادلتين تمثل هذا الموقف ثم جد حلها بطريقة الحذف .

الحل: عدد أيام شهر كانون الثاني = 31 يوم
نفرض عدد الأيام التي تنخفض بها درجة الحرارة x
نفرض عدد الأيام التي تزداد بها درجة الحرارة y

$$y + x = 31 \quad (1)$$

$$y - x = 9 \quad (2)$$

بالجمع

$$2y = 40$$

$$y = \frac{40}{2} = 20$$

نعوض قيمة $y = 20$ في معادلة (1)

$$20 + x = 31$$

$$x = 31 - 20 = 11$$

$$S = \{(11, 20)\}$$



20 تجارة : باع متجر 25 ثلاجة وغسالة بسعر مليون دينار للثلاجة ونصف مليون دينار

للمغسالة اذا كان ثمن هذه الأجهزة 20 مليون دينار فكم جهازا باع من كل نوع .

اكتب معادلتين تمثلان المسألة ثم حلها بطريقة التعويض

الحل: نفرض عدد الثلاجات = x , عدد الغسالات = y

$$x + y = 25 \text{ -----(1)}$$

سعر الثلاجة = $1000000x$,

سعر الغسالة = $500000y$

$$1000000x + 500000y = 20000000 \quad \} \div 500000$$

$$2x + y = 40 \text{ -----(2)}$$

من معادلة (1) نحصل على :

$$y = 25 - x \text{ -----(3)}$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$$2x + 25 - x = 40$$

$$x = 40 - 25$$

$$x = 15$$

نعوض قيمة $x = 15$ في معادلة (3)

$$y = 25 - 15 = 10$$

$$S = \{(15, 10)\}$$

21 حفلة تخرج : عمل سجاد وأنور حفلة بمناسبة تخرجهما من الكلية فكان عدد الأصدقاء الذين دعاهم سجاد أكثر بثلاثة من عدد الأصدقاء الذين دعاهم أنور . وكان عدد المدعوين 23 شخصا . فكم شخصا دعى كل منهما ؟

نفرض عدد الأشخاص الذين دعاهم سجاد x

عدد الأشخاص الذين دعاهم أنور y

$$x + y = 23 \text{ ----- (1)}$$

$$x - y = 3 \text{ ----- (2) بالجمع}$$

$$2x = 26$$

$$x = \frac{26}{2} = 13 \text{ عدد الأشخاص الذين دعاهم سجاد}$$

نعوض قيم $x = 13$ في معادلة (1)

$$13 + y = 23$$

$$y = 23 - 13 = 10 \text{ الذين دعاهم أنور}$$



فكر

22

نتخلص من الكسور

$$\frac{2}{6}x - \frac{1}{3}y = 1 \text{ ----- (1) } \times 6$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 3 \text{ ----- (2) } \times 2$$

نبسط المعادلتين ذلك بضرب معادلة (1) في العدد 6 والمعادلة (2) في العدد 2

$$2x - 2y = 6 \text{ ----- (1)}$$

$$x + y = 6 \text{ ----- (2) } \times 2$$

$$2x + \cancel{2y} = 12 \text{ ————— (2)}$$

$$2x - \cancel{2y} = 6 \text{ ————— (1) بالجمع}$$

$$4x = 18$$

$$x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

نعوض قيمة $x = \frac{9}{2}$ في معادلة (2)

$$\frac{9}{2} + y = 6$$

$$y = 6 - \frac{9}{2} = \frac{12 - 9}{2} = \frac{3}{2}$$

مجموعة حل النظام: $\left\{\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)\right\}$



23

صح الخطأ: قال أحمد أن مجموعة حل المعادلتين الخطيتين :

$$2x + 3y = 6, 3x + 2y = 1$$

هي المجموعة: $\left\{\left(\frac{5}{16}, \frac{5}{9}\right)\right\}$ اكتشف خطأ أحمد وصححه .

بضرب معادلة (1) في العدد 2 والمعادلة (2) في العدد -3-

$$4x + \cancel{6y} = 12 \text{ ————— (1)}$$

$$-9x - \cancel{6y} = -3 \text{ ————— (2) بالجمع}$$

$$-5x = 9$$

$$x = -\frac{9}{5}$$



نعوض قيمة $x = -\frac{9}{5}$ في معادلة (2)

$$3\left(-\frac{9}{5}\right) + 2y = 1$$

$$-\frac{27}{5} + 2y = 1 \quad \} \times 5$$

$$-27 + 10y = 5$$

$$10y = 5 + 27$$

$$10y = 32 \Rightarrow y = \frac{32}{10} = \frac{16}{5}$$

مجموعة حل النظام: $\left\{\left(-\frac{9}{5}, \frac{16}{5}\right)\right\}$

خطأ أحمد هو إيجاد مجموعة الحل .

$$5x - 6y = 0 \quad \text{--- (1)}$$

أكتب // مجموعة حل المعادلتين الخطيتين :

$$x + 2y = 4 \quad \text{--- (2)} \quad \} \times 3$$

بضرب معادلة (2) في العدد 3

$$5x - 6y = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$3x + 6y = 12 \quad \text{--- (2)} \quad \text{بالجمع}$$

$$8x = 12$$

$$x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

نعوض قيمة $x = \frac{3}{2}$ في معادلة (2)

$$\frac{3}{2} + 2y = 4 \quad \} \times 2$$

$$3 + 4y = 8$$

$$4y = 8 - 3$$

$$4y = 5$$

$$y = \frac{5}{4}$$

$$\left\{ \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4} \right) \right\} : \text{مجموعة الحل}$$



ملاحظة

إذا ذكر في السؤال حل انياً أي ان الطالب يختار اما الحذف او التعويض

إذا ذكر في السؤال حل بطريقة الحذف وقام الطالب بالحل بطريقة أخرى سوف يعطى 6 درجات وبالعكس اذا طلب طريقة التعويض



معادلات ذات المتغير الواحد

أولاً

حل المعادلات بالفرق بين مربعين

[1] نبحث عن العامل المشترك ان وجد

[2] نجعل المعادلة بالصورة : $x^2 - a^2 = 0$ (نصفر المعادلة)

[3] نحل المعادلة بطريقة الفرق بين مربعين (درسناها سابقاً) بالصورة :

$$(x + a)(x - a) = 0$$

[4] نجد قيم x بجعل أما : $x + a = 0 \Rightarrow x = -a$ أو : $x - a = 0 \Rightarrow x = a$

[5] نكتب مجموعة الحل : $S = \{-a, a\}$

الحالة الأولى

مثال إذا كانت الحدود تحتوي على اعداد ذات جذور معروفة (مربع كامل)

حل المعادلة التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل

$$16 - y^2 = 0$$

$$(4 + y)(4 - y) = 0$$

$$\text{أما } 4 + y = 0 \Rightarrow y = -4$$

$$\text{أو } 4 - y = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow S = \{4, -4\}$$

من المهم في أسئلة
الفرق بين مربعين ان
يكون الطرف الايمن
يساوي صفر

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة

$$y = 4 \Rightarrow 16 - y^2 = 16 - (4)^2 = 16 - 16 = 0$$

$$y = -4 \Rightarrow 16 - y^2 = 16 - (-4)^2 = 16 - 16 = 0$$



$$4x^2 - 25 = 0$$

مثال

$$(2x - 5)(2x + 5) = 0$$

$$\text{أما } 2x + 5 = 0$$

نقسم طرفي المعادلة على 2

$$2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$\text{أو } 2x - 5 = 0$$

نقسم طرفي المعادلة على 2

$$2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{ -\frac{5}{2}, \frac{5}{2} \right\}$$



حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل :

$$x^2 - 16 = 0$$

الدور الأول 2022

$$(x + 4)(x - 4) = 0$$

$$\text{أما } x + 4 = 0$$

تمرين

1

$$x = -4$$

$$\text{أو } x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

$$S = \{-4, 4\}$$

تحقق من صحة الحل: نعوض قيم x في المعادلة :

$$x = 4 \Rightarrow x^2 - 16 = (4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0$$

$$x = -4 \Rightarrow x^2 - 16 = (-4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0$$



$$81 - y^2 = 0$$

الدور الأول 2021

تمرين

2

$$(9 + y)(9 - y) = 0$$

$$\text{أما } 9 + y = 0$$

$$y = -9$$

$$\text{أو } 9 - y = 0$$

$$-y = -9$$

نضرب المعادلة في -1

$$y = 9$$

$$S = \{-9, 9\}$$

تحقق من صحة الحل: نعوض قيم y في المعادلة :

$$y = 9 \Rightarrow 81 - y^2 = 81 - (9)^2 = 81 - 81 = 0$$

$$y = -9 \Rightarrow 81 - y^2 = 81 - (-9)^2 = 81 - 81 = 0$$



تمرين

أبدي 2022

4

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x + 3)(2x - 3) = 0$$

$$\text{أما } 2x + 3 = 0$$

نقسم طرفي المعادلة على 2

$$2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$\text{أو } 2x - 3 = 0$$

$$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

نقسم طرفي المعادلة على 2

$$S = \left\{ \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\}$$

Mohammed abdul karim



تمرين

9

$$y^2 - \frac{1}{9} = 0$$

$$\left(y + \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\text{أما } y + \frac{1}{3} = 0$$

$$y = -\frac{1}{3}$$

$$\text{أو } y - \frac{1}{3} = 0$$



$$y = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right\}$$



$$9x^2 - 36 = 0$$

$$(3x + 6)(3x - 6) = 0$$

$$\text{أما } 3x + 6 = 0$$

$$3x = -6$$

$$x = -\frac{6}{3} = -2$$

$$\text{أو } 3x - 6 = 0$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3} = 2$$

$$S = \{2, -2\}$$



$$y^2 - \frac{1}{36} = 0$$



تمرين

21

نقسم طرفي المعادلة على 3

نقسم طرفي المعادلة على 3



تمرين

23

$$\left(y + \frac{1}{6}\right)\left(y - \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$y + \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{6}$$

$$y - \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{6}$$

$$S = \left\{\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right\}$$



$$x^2 - \frac{1}{81} =$$

$$4x^2 - 25 =$$

واجب

Mohammed abdul karim

الحالة الثانية

إذا كانت تحتوي حدين ذو معاملات اعداد ليست لها جذور معروفة (ليست مربع كامل)

نبحث أولاً عن العامل المشترك ونقوم بعدها بالحل

إذا لم يكن هناك عامل مشترك نضع العدد تحت الجذر في القوسين ونكمل الحل

$$3Z^2 - 12 = 0$$

$$3(Z^2 - 4) = 0 \quad \} \div 3$$

$$Z^2 - 4 = 0$$

$$(Z + 2)(Z - 2) = 0$$

مثال

لاحظ هنا بأن ال 3 وال 12 ليس لها جذور معروفة (مربع كامل)
لذلك نسحب عامل مشترك 3

عندما اقسم على طرفي معادلة صفرية فأنها تبقى
صفريه أي نهمل العامل المشترك في المعادلة
التي تساوي صفر

$$\frac{3(z^2 - 4)}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

$$\text{أما } Z + 2 = 0$$

$$Z = -2$$

$$\text{أو } Z - 2 = 0$$

$$Z = 2$$

$$S = \{-2, 2\}$$



مثال

$$2y^2 - 6 = 0$$

نقسم طرفي المعادلة على 2 او نسحب عامل

$$2(y^2 - 3) = 0 \quad \} \div 2$$

$$y^2 - 3 = 0$$

ال 3 ليس لها جذور معروفة لذلك نضعها تحت الجذر داخل

الدور الثالث 2021

$$(y + \sqrt{3})(y - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{أما } y + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{3}$$

$$\text{أو } y - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{3}$$

$$S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$$



مثال

$$x^2 - 5 = 0$$

لا يوجد عامل مشترك

$$(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$$

ال 5 ليس لها جذور معروفة لذلك نضعها تحت الجذر داخل

$$\text{اما } x + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$$

$$\text{او } x - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$s = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$$



3

$$2Z^2 - 8 = 0$$

نسحب عامل مشترك

$$2(Z^2 - 4) = 0$$

نقسم طرفي المعادلة على 2

$$Z^2 - 4 = 0$$

$$(Z + 2)(Z - 2) = 0$$

$$\text{اما } Z + 2 = 0 \Rightarrow Z = -2$$

$$\text{او } Z - 2 = 0 \Rightarrow Z = 2$$

$$S = \{-2, 2\}$$

تحقق من صحة الحل: نعوض قيم Z في المعادلة:

$$Z = 2 \Rightarrow 2Z^2 - 8 = 2(2)^2 - 8 = 8 - 8 = 0$$

$$Z = -2 \Rightarrow 2Z^2 - 8 = 2(-2)^2 - 8 = 8 - 8 = 0$$



20

$$5y^2 - 10 = 0$$

نسحب عامل مشترك

$$5(y^2 - 2) = 0 \quad \} \div 5$$

نقسم طرفي المعادلة على 5

$$y^2 - 2 = 0$$

$$(y + \sqrt{2})(y - \sqrt{2}) = 0$$

$$\text{أما } y + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{2}$$

$$\text{أو } y - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{2}$$

$$S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$$

تحقق من صحة الحل: نعوض قيم y في المعادلة:

$$y = \sqrt{2}$$

$$5y^2 - 10 = 5(\sqrt{2})^2 - 10$$

$$= 10 - 10 = 0$$

$$y = -\sqrt{2}$$

$$5y^2 - 10 = 5(-\sqrt{2})^2 - 10$$

$$= 10 - 10 = 0$$

21

حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين:

$$9x^2 - 36 = 0$$

كذلك يمكن سحب الـ 9 عامل مشترك

$$(3x + 6)(3x - 6) = 0$$

$$\text{أما } 3x + 6 = 0$$

$$3x = -6 \Rightarrow x = -\frac{6}{3} = -2$$

بالقسمة على 3

$$\text{أو } 3x - 6 = 0$$

$$3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$$

بالقسمة على 3

$$S = \{2, -2\}$$

$$3x^2 - 9 = 0$$

الدور الثاني 2019

$$3(x^2 - 3) = 0$$

$$(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) = 0$$

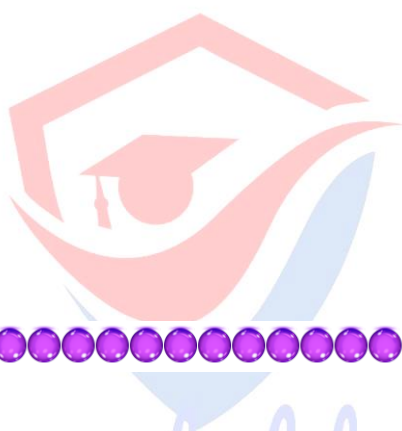
$$\text{أما } x + \sqrt{3} = 0$$

$$x = -\sqrt{3}$$

$$\text{أو } x - \sqrt{3} = 0$$

$$x = \sqrt{3}$$

$$S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$$



الحالة الثالثة

إذا كان السؤال بالشكل الآتي

مثال

$$(Z + 1)^2 - 36 = 0$$

سوف نتعامل مع القوس المرفوع للاس التربيعي على انه حد واحد ونقوم بتوزيعه داخل القوسين

$$(Z + 1 + 6)(Z + 1 - 6) = 0$$

الدور الاول 2021

$$(Z + 7)(Z - 5) = 0$$

$$\text{أما } Z + 7 = 0$$

$$Z = -7$$

$$\text{أو } Z - 5 = 0$$

$$Z = 5$$

$$S = \{-7, 5\}$$

6

$$(y + 2)^2 - 49 = 0$$

$$(y + 2 + 7)(y + 2 - 7) = 0$$

$$(y + 9)(y - 5) = 0$$

$$\text{إما } y + 9 = 0 \Rightarrow y = -9$$

$$\text{أو } y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$$

$$S = \{-9, 5\}$$



$$(y + 5)^2 - 64 = 0$$

$$(y + 5 + 8)(y + 5 - 8) = 0$$

$$(y + 13)(y - 3) = 0$$

$$\text{إما } y + 13 = 0 \Rightarrow y = -13$$

$$\text{أو } y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$$

$$S = \{3, -13\}$$



$$(3 - Z)^2 - 1 = 0$$

$$(3 - Z + 1)(3 - Z - 1) = 0$$

$$(4 - Z)(2 - Z) = 0$$

مثال

مثال

اما $4 - Z = 0 \Rightarrow Z = 4$

او $2 - Z = 0 \Rightarrow Z = 2$

$S = \{4, 2\}$

$(Z + 3)^2 - 16 = 0$

الدور الاول 2023

$(Z + 3 + 4)(Z + 3 - 4) = 0$

$(Z + 7)(Z - 1) = 0$

اما $Z + 7 = 0$

$Z = -7$

او $Z - 1 = 0$

$Z = 1$

$S = \{-7, 1\}$

$(y + 7)^2 - 81 = 0$

واجب

$5x^2 = 9$

$4(x^2 - 1) = 45$

$3x^2 - 12x = 0$



Mohammed Abdul Karim

حل المعادلات بخاصية الجذر التربيعي

لحل المعادلات بخاصية الجذر التربيعي نتبع ما يأتي

[1] نجعل المتغيرات التي تحتوي x^2 في طرف والأعداد في طرف آخر .

[2] نقسم الطرفين على معامل x^2 أي جعل المعادلة بالصورة : $x^2 = a$

[3] نأخذ الجذر التربيعي للطرفين واضعين اشارتي $(\pm)$ أمام العدد . أي أن : $x = \pm\sqrt{a}$

[4] نكتب مجموعة الحل : $S = \{\sqrt{a}, -\sqrt{a}\}$

مثال

حل المعادلة التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي وتحقق من صحة الحل :

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3 \Rightarrow S = \{3, -3\}$$

من المهم ان يكون
المتغير لوحده على
الطرف الايسر

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة :

$$x = 3 \Rightarrow x^2 = (3)^2 = 9 \quad \text{الطرف الأيمن}$$

$$x = -3 \Rightarrow x^2 = (-3)^2 = 9 \quad \text{الطرف الأيمن}$$

$$y^2 = 36$$

$$y = \pm\sqrt{36} \Rightarrow y = \pm 6 \Rightarrow S = \{6, -6\}$$

$$z^2 = \frac{9}{25}$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} \Rightarrow z = \pm \frac{3}{5} \Rightarrow S = \left\{ \frac{3}{5}, -\frac{3}{5} \right\}$$

مثال

$$x^2 + 81 = 0$$

يجب ان يكون المتغير لوحده على طرف لذلك نحول ال 81 الى الطرف الثاني

$$x^2 = -81 \quad (\text{لا يوجد عدد حقيقي مربعه سالب})$$

$$3y^2 = 7$$

يجب ان يكون المتغير لوحده على طرف لذلك نقسم طرفي المعادلة على 3

$$y^2 = \frac{7}{3} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \right\}$$

$$4x^2 - 5 = 0$$

يجب ان يكون المتغير لوحده على طرف لذلك نحول ال 5 الى الطرف الثاني ثم نقسم المعادلة على 4

$$4x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow S = \left\{ \frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$$

حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

$$x^2 = 64$$

10

$$x = \pm\sqrt{64} \Rightarrow x = \pm 8 \Rightarrow S = \{8, -8\}$$

$$z^2 = 7$$

11

$$z = \pm\sqrt{7} \Rightarrow S = \{\sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$$

$$2y^2 = \frac{49}{8}$$

نقسم طرفي المعادلة على 2

$$y^2 = \frac{49}{16}$$

$$\frac{49}{8} \div \frac{2}{1} = \frac{49}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{49}{16}$$

$$y = \pm\sqrt{\frac{49}{16}}$$

$$y = \pm\frac{7}{4} \Rightarrow S = \left\{\frac{7}{4}, -\frac{7}{4}\right\}$$

$$6z^2 - 5 = 0$$

نقسم طرفي المعادلة على 6

$$6z^2 = 5 \Rightarrow z^2 = \frac{5}{6} \Rightarrow z = \pm\sqrt{\frac{5}{6}}$$

الدور الثاني 2021

$$z = \pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \Rightarrow S = \left\{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}, -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right\}$$

$$4(x^2 - 12) = 13$$

14
نوزع ال 4 على القوس

$$4x^2 - 48 = 13$$

نقلب ال 48 على الطرف الاخر

$$4x^2 = 13 + 48$$

$$4x^2 = 63$$

$$x^2 = \frac{63}{4} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{63}{4}}$$

$$x = \pm \frac{3\sqrt{7}}{2} \Rightarrow S = \left\{ \frac{3\sqrt{7}}{2}, -\frac{3\sqrt{7}}{2} \right\}$$

15

$$z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

نقلب الكسر على الطرف الثاني ونغير اشارته

$$z^2 = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \Rightarrow z^2 = \frac{5-4}{6} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{6}$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow z = \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow S = \left\{ \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}} \right\}$$

حل المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

$$x^2 = 49$$

19

$$x = \pm \sqrt{49} \Rightarrow x = \pm 7 \Rightarrow S = \{7, -7\}$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة :

$$x = 7 \Rightarrow x^2 = (7)^2 = 49 \quad \text{الطرف الايمن}$$

$$x = -7 \Rightarrow x^2 = (-7)^2 = 49 \quad \text{الطرف الايمن}$$



24

حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

$$x^2 = 121$$

$$x = \pm\sqrt{121} \Rightarrow x = \pm 11 \Rightarrow S = \{11, -11\}$$



25

$$50 - 2y^2 = 0$$

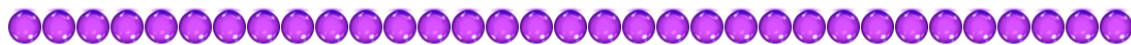
يجب ان يكون المتغير لوحده على طرف

$$-2y^2 = -50 \quad \div \quad -2$$

بالقسمة على -2

$$y^2 = 25, \quad y = \pm\sqrt{25}$$

$$y = \pm 5 \Rightarrow S = \{5, -5\}$$



26

$$x^2 = \frac{1}{64}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{64}} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{8}$$

$$S = \left\{\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}\right\}$$

$$7(x^2 - 2) = 50$$

نوزع ال 7 على القوس

$$7x^2 - 14 = 50 \Rightarrow 7x^2 = 50 + 14$$

نحول ال 50 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$7x^2 = 64 \Rightarrow x^2 = \frac{64}{7} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{64}{7}}$$

بالقسمة على 7

$$x = \pm \frac{8}{\sqrt{7}} \Rightarrow S = \left\{ \frac{8}{\sqrt{7}}, -\frac{8}{\sqrt{7}} \right\}$$



$$x^2 = 144$$

الدور الاول 2019

$$x = \pm \sqrt{144}$$

$$x = \pm 12$$

$$S = \{12, -12\}$$



$$3x^2 - 9 = 0$$

الدور الثاني 2019

نحول ال 9 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$3x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = 3$$

بالقسمة على 3

$$x = \pm \sqrt{3} \Rightarrow S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$$



$$5x^2 = 4$$

الدور الثاني 2023

بالقسمة على 5

$$x^2 = \frac{4}{5}$$

$$x = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = \left\{ \frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}} \right\}$$

الدور الأول 2024

$$y^2 = 64$$

$$y = \pm 8$$

$$S = \{8, -8\}$$

$$9(x^2 + 1) = 34$$

نوزع ال 9 على القوس

$$9x^2 + 9 = 34$$

نحول ال 9 على الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$9x^2 = 34 - 9$$

$$9x^2 = 25$$

بالقسمة على 9

$$x^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{25}{9}}$$

تمهيلي 2023

$$x = \pm \frac{5}{3} \Rightarrow S = \left\{ \frac{5}{3}, -\frac{5}{3} \right\}$$

$$3y^2 = \frac{25}{3}$$

واجب

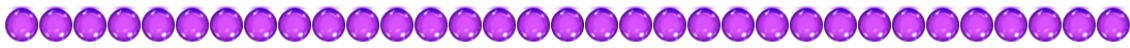
$$32 - 2x^2 = 0$$

$$7x^2 - 21 = 0$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x^2 - \frac{13}{16} = \frac{3}{16}$$



حل معادلات تحتوي على جذور

لحل مثل هذا النوع من المعادلات نتبع ما يأتي :

[1] نجعل الحد الذي يحتوي على الجذر ($\sqrt{x}$) في طرف والأعداد في طرف آخر .

[2] نقسم طرفي المعادلة على معامل المتغير الذي يحتوي على الجذر ($\sqrt{x}$) أي :

نجعل المعادلة بالصورة : $\sqrt{x} = a$

[3] نقوم بتربيع طرفي المعادلة . أي أن : $(\sqrt{x})^2 = a^2$

[4] نكتب مجموعة الحل .



حل المعادلات التالية في R :

$$3\sqrt{x} = 18 \quad \} \div 3$$

نقسم طرفي المعادلة على 3 ليبقى المتغير لوحده

$$\sqrt{x} = \frac{18}{3} \Rightarrow \sqrt{x} = 6 \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

$$(\sqrt{x})^2 = (6)^2 \Rightarrow x = 36 \Rightarrow S = \{36\}$$



$$\sqrt{y+8} = 3 \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

انتبه .. عند تربيع الطرفين .. لا

$$(\sqrt{y+8})^2 = (3)^2 \Rightarrow y+8 = 9$$

نربع القيمة داخل الجذر

$$y = 9 - 8 = 1 \Rightarrow S = \{1\}$$

مثال

$$\sqrt{5Z} = 7 \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

الدور الثاني 2022

$$(\sqrt{5Z})^2 = (7)^2 \Rightarrow 5Z = 49$$

$$Z = \frac{49}{5} \Rightarrow S = \left\{ \frac{49}{5} \right\}$$

مثال

$$\sqrt{\frac{x}{13}} = 1 \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

$$\left(\sqrt{\frac{x}{13}} \right)^2 = (1)^2 \Rightarrow \frac{x}{13} = \frac{1}{1}$$

وسطين في طرفين

$$x = 13 \Rightarrow S = \{13\}$$

16

حل المعادلات التالية في R :

بالقسمة على 3

$$3\sqrt{x} = 15$$

$$\sqrt{x} = \frac{15}{3}$$

$$\sqrt{x} = 5 \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

$$(\sqrt{x})^2 = (5)^2$$

$$x = 25 \Rightarrow S = \{25\}$$

$$\sqrt{y-5} = 2 \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

17

$$(\sqrt{y-5})^2 = (2)^2$$

$$y - 5 = 4$$

$$y = 4 + 5 = 9$$

$$S = \{9\}$$

نحول ال 5 على الطرف الثاني ونقلب اشارته



18

$$\sqrt{2Z} = 6 \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

الدور الثالث 2021

$$(\sqrt{2Z})^2 = (6)^2$$

$$2Z = 36$$

بالقسمة على 2

$$Z = \frac{36}{2} = 18 \Rightarrow S = \{18\}$$



28

حل المعادلات التالية في R

$$6\sqrt{x} = 30 \quad \} \div 3$$

بالقسمة على 3

$$\sqrt{x} = \frac{30}{6}$$

$$\sqrt{x} = 5 \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

$$(\sqrt{x})^2 = (5)^2$$

$$x = 25 \Rightarrow S = \{25\}$$



$\sqrt{4Z} = 8$ بتربيع الطرفين

$(\sqrt{4Z})^2 = (8)^2 \Rightarrow 4Z = 64$

$Z = \frac{64}{4} = 16$

29

بالقسمة على 4



تمهيدي 2023

$3\sqrt{x} = 18$

$\sqrt{x} = \frac{18}{3}$

$\sqrt{x} = 6$ بتربيع الطرفين

$(\sqrt{x})^2 = (6)^2$

$x = 36 \Rightarrow S = \{36\}$



$\sqrt{5x} = 7$ بتربيع الطرفين

$5x = 49$

$x = \frac{49}{5} \Rightarrow S = \left\{\frac{49}{5}\right\}$



$2\sqrt{3x} = 6$

$5\sqrt{x+2} = 10$

$3\sqrt{x} = \frac{2}{3}$



واجب

تدرب وحل المسائل الحياتية

30

موكيت سجاد : قطعة موكيت سجاد مستطيلة طولها 12m وعرضها 3m قطعت الى أجزاء لتغطية أرضية غرفة مربعة الشكل . ما طول ضلع الغرفة .

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$A = 12 \times 3 = 36 \text{ m}^2$$

نفرض طول ضلع المربع = x

$$A = x^2$$

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

مساحة المستطيل = مساحة المربع

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm\sqrt{36}$$

$$x = \pm 6$$

السالب يهمل

طول ضلع الغرفة 6m



31

هندسة : قطعة كارتون مربعة الشكل طول ضلعها x cm قطعت أربعة مربعات متساوية من زواياها طول ضلع كل مربع 2cm وثبتت لتكون صندوقاً دون غطاء على شكل متوازي سطوح مستطيلة حجمه 32 cm^3 . جد طول ضلع قطعة الكارتون الأصلية

طول ضلع القاعدة = (x - 4)

الارتفاع = 2

حجم متوازي السطوح المستطيلة = الطول × العرض × الارتفاع

$$2(x - 4)(x - 4) = 32 \quad \} \div 2$$

$$(x - 4)^2 = 16$$

$$x - 4 = \pm\sqrt{16}$$

$$x - 4 = \pm 4$$

$$\text{أما } x - 4 = 4 \Rightarrow x = 4 + 4 = 8 \text{ cm}$$

طول ضلع قطعة الكارتون

$$x - 4 = -4$$

$$\text{أو } x = -4 + 4 = 0 \text{ يهمل}$$



32

نافورة : صمم حوض سباحة مربع الشكل طول ضلعه 3m في منتصف حديقة مربعة

الشكل فكانت المساحة المتبقية من الحديقة والمحيطه بالحوض $40m^2$ فما طول ضلع

الحديقة ؟

Mohammed abdul karim

نفرض طول ضلع الحديقة x

المساحة المتبقية = مساحة الحديقة - مساحة الحوض

$$x^2 - 3^2 = 40$$

$$x^2 - 9 = 40$$

$$x^2 = 40 + 9$$

$$x^2 = 49$$

$$x = \pm\sqrt{49}$$

$$x = \pm 7$$



طول ضلع الحديقة $x = 7m$ أو يهمل $x = -7$ أما



فكر

33

ملاحظة

الأسئلة التي تحل بالجذر التربيعي

يمكن حلها بالفرق بين مربعين

وبالعكس ... لكن اذا ذكر في السؤال

طريقة معينة يجب الالتزام بتلك

الطريقة ... واذا حل الطالب بطريقة

أخرى يعطى نصف الدرجة

$$9(x^2 + 1) = 34$$

$$9x^2 + 9 - 34 = 0$$

$$9x^2 - 25$$

$$(3x + 5)(3x - 5) = 0$$

$$\text{أما } 3x + 5 = 0 \Rightarrow 3x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

$$\text{أو } 3x - 5 = 0 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{3}, -\frac{5}{3} \right\}$$



$$\text{ii) } 4x^2 - 3 = 0$$

$$4x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$$

34

هل المجموعة المعطاة تمثل مجموعة حل للمعادلة أم لا ؟

i) $2y^2 = \frac{16}{10}$, $\left\{ \frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}} \right\}$

$$y^2 = \frac{16}{20} \Rightarrow y^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$y = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = \left\{ \frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}} \right\}$$

$\left\{ \frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}} \right\}$ لا تمثل مجموعة الحل

ii) $3x^2 - 7 = 0$, $\left\{ \frac{7}{\sqrt{3}}, -\frac{7}{\sqrt{3}} \right\}$

$$3x^2 = 7 \Rightarrow x^2 = \frac{7}{3} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \Rightarrow S = \left\{ \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \right\}$$

تمثل مجموعة حل

35 أصح الخطأ : قال صلاح أن المجموعة $\left\{\frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right\}$ تمثل مجموعة الحل

للمعادلة $5x^2 = 4$ اكتشف خطأ صلاح وصححه .

$$5x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$x = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$S = \left\{\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right\}$$



36

حس عددي : عدد صحيح موجب من رقم واحد لو أنقص من مربعه واحد لكان الناتج عدد من مضاعفات العشرة . ما العدد ؟

نفرض العدد الصحيح هو X

$$x^2 - 1 = 80 \Rightarrow x^2 = 80 + 1$$

$$x^2 = 81 \Rightarrow x = \pm \sqrt{81} \Rightarrow x = \pm 9$$

$$x = -9 \text{ يهمل}$$

$$x = 9 \text{ الصحيح}$$



أكتب // مجموعة الحل للمعادلة : $(8 - 3y)^2 - 1 = 0$

$$(8 - 3y + 1)(8 - 3y - 1) = 0$$

$$(9 - 3y)(7 - 3y) = 0$$

أما $9 - 3y = 0$

$$3y = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{3} = 3$$

أو $7 - 3y = 0$

$$3y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{3}$$

$$S = \left\{3, \frac{7}{3}\right\}$$



Mohammed abdul karim



حل المعادلات بالتجربة

الحالة الاولى

إذا كانت بالشكل: $x^2 + bx + c = 0$ أي ان معامل x^2 يساوي 1

على الطالب مراجعة موضوع التحليل بطريقة التجربة في الفصل الثاني

مثال

حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x - 4)(x - 3) = 0$$

$$\text{أما } x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{أو } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$S = \{4, 3\}$$

$$1 \times 12 \quad 12$$

2	×	6	12
3	×	4	12

مثال

$$y^2 + 8y + 15 = 0$$

$$(y + 5)(y + 3) = 0$$

$$\text{أما } y + 5 = 0 \Rightarrow y = -5$$

$$\text{أو } y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$$

$$S = \{-5, -3\}$$

$$1 \times 15 \quad 15$$

5	×	3	15
---	---	---	----

مثال

$$Z^2 - Z - 30 = 0$$

$$(Z - 6)(Z + 5) = 0$$

$$\text{أما } Z - 6 = 0 \Rightarrow Z = 6$$

$$\text{أو } Z + 5 = 0 \Rightarrow Z = -5$$

$$S = \{6, -5\}$$

$$5 \times 6 = 30$$

$$3 \times 10 = 30$$

مثال

$$x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$(x - 9)(x + 7) = 0$$

$$\text{أما } x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$$

$$\text{أو } x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

$$7 \times 9 = 63$$

$$1 \times 63 = 63$$

تصريح

1

حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x - 6)(x - 3) = 0$$

$$\text{أما } x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{أو } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$S = \{6, 3\}$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$1 \times 1 = 1$$

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

2

الدور الثالث 2023

$$(x - 8)(x + 4) = 0$$

أما $x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$

أو $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$

$$S = \{8, -4\}$$

4	×	8	32
---	---	---	----

1	×	32	32
2	×	16	32



3

$$y^2 + 48y - 49 = 0$$

$$(y + 49)(y - 1) = 0$$

أما $y + 49 = 0 \Rightarrow y = -49$

أو $y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$

$$S = \{1, -49\}$$

7	×	7	49
---	---	---	----

1	×	49	49
---	---	----	----



4

$$x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$(x - 12)(x + 3) = 0$$

أما $x - 12 = 0 \Rightarrow x = 12$

أو $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

$$S = \{12, -3\}$$

4	×	9	36
---	---	---	----

6	×	6	36
3	×	12	36

1 × 2 2

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\text{أما } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{أو } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \rightarrow S = \{1, 2\}$$

ثميني 2022

تصريح

5



1 × 33 33

$$y^2 - 8y - 33 = 0$$

$$(y - 11)(y + 3) = 0$$

$$\text{أما } y - 11 = 0 \Rightarrow y = 11$$

$$\text{أو } y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$$

$$S = \{11, 3\}$$



11 × 3 33

الدور الثاني 2022

تصريح

6

حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

16

$$x^2 - 15x + 56 = 0$$

$$(x - 8)(x - 7) = 0$$

$$\text{أما } x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$$

$$\text{أو } x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$$

$$S = \{8, 7\}$$

7 × 8 56

1 × 56 56

$$y^2 + 16y + 63 = 0$$

17

$$(y + 9)(y + 7) = 0$$

$$1 \times 63 \quad 63$$

$$\text{أما } y + 9 = 0 \Rightarrow y = -9$$

7	×	9	63
---	---	---	----

$$\text{أو } y + 7 = 0 \Rightarrow y = -7$$

$$S = \{-9, -7\}$$



18

$$x^2 + 15x - 16 = 0$$

$$1 \times 16 \quad 16$$

$$(x + 16)(x - 1) = 0$$

4	×	4	16
2	×	8	16

$$\text{أما } x + 16 = 0 \Rightarrow x = -16$$

$$\text{أو } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$S = \{1, -16\}$$



19

$$y^2 - y - 42 = 0$$

$$(y - 7)(y + 6) = 0$$

$$1 \times 42 \quad 42$$

$$\text{أما } y - 7 = 0 \Rightarrow y = 7$$

7	×	6	42
---	---	---	----

$$\text{أو } y + 6 = 0 \Rightarrow y = -6$$

$$S = \{7, -6\}$$



$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$y^2 - 6y - 55 = 0$$

$$x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$x^2 + 16x - 36 = 0$$

واجب

الحالة الثانية مثال حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة : إذا كانت بالشكل: $ax^2 + bx + c = 0$ أي ان معامل x^2 يساوي 1

$$4y^2 - 14y + 6 = 0$$

$$(4y - 2)(y - 3) = 0$$

$$\text{أما } 4y - 2 = 0 \Rightarrow 4y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{أو } y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$$

$$S = \left\{3, \frac{1}{2}\right\}$$

$$1 \times 4 \quad 4$$

2	x	2	4
2	x	3	6
1	x	6	6

$$3x^2 + 18x - 21 = 0$$

$$(x + 7)(3x - 3) = 0$$

$$\text{أما } x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

$$\text{أو } 3x - 3 = 0 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{3} = 1$$

$$S = \{1, -7\}$$

مثال

$$1 \times 21 \quad 21$$

3	x	7	21
1	x	3	3

ثوبتي 2019

مثال

$$20 + 13Z + 2Z^2 = 0$$

$$(4 + Z)(5 + 2Z) = 0$$

$$\text{أما } 4 + Z = 0 \Rightarrow Z = -4$$

$$\text{أو } 5 + 2Z = 0 \Rightarrow 2Z = -5 \Rightarrow Z = -\frac{5}{2}$$

$$S = \left\{ -4, -\frac{5}{2} \right\}$$

$$1 \times 20 \quad 20$$

4	×	5	20
1	×	10	20
1	×	2	2

مثال

$$9x^2 - 69x - 24 = 0 \quad \} \div 3$$

$$3x^2 - 23x - 8 = 0$$

$$(x - 8)(3x + 1) = 0$$

$$\text{أما } x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$$

$$\text{أو } 3x + 1 = 0 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ 8, -\frac{1}{3} \right\}$$

1	×	8	8
2	×	4	8
1	×	3	3

تمرين

10

حل المعادلات التالية في R :

$$1 \times 14 \quad 14$$

$$15x^2 - 11x - 14 = 0$$

$$(5x - 7)(3x + 2) = 0$$

2	×	7	14
1	×	15	15
3	×	5	15

$$\text{أما } 5x - 7 = 0 \Rightarrow 5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{5}$$

$$\text{أو } 3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{7}{5}, -\frac{2}{3} \right\}$$

$$6 + 7x - 5x^2 = 0$$

$$(3 + 5x)(2 - x) = 0$$

$$\text{أما } 3 + 5x = 0 \Rightarrow 5x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{5}$$

$$\text{أو } 2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$S = \left\{ 2, -\frac{3}{5} \right\}$$

11

1	x	5	5
2	x	3	6
1	x	6	6

$$42 + 64y + 24y^2 = 0 \quad \} \div 2$$

$$21 + 32y + 12y^2 = 0$$

$$(3 + 2y)(7 + 6y) = 0$$

$$\text{أما } 3 + 2y = 0 \Rightarrow 2y = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}$$

$$\text{أو } 7 + 6y = 0 \Rightarrow 6y = -7 \Rightarrow y = -\frac{7}{6}$$

$$S = \left\{ -\frac{7}{6}, -\frac{3}{2} \right\}$$

12

1	x	21	21
3	x	7	21
4	x	3	12
2	x	6	12

$$36 - 75x + 6x^2 = 0 \quad \} \div 3$$

13

$$12 - 25x + 2x^2 = 0 \Rightarrow (12 - x)(1 - 2x) = 0$$

$$\text{أما } 12 - x = 0 \Rightarrow x = 12$$

$$\text{أو } 1 - 2x = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{12, \frac{1}{2}\right\}$$

1	x	12	12
3	x	4	12
1	x	2	2



14

$$70 - 33y - 4y^2 = 0$$

$$(7 - 4y)(10 + y) = 0$$

$$\text{أما } 7 - 4y = 0 \Rightarrow 4y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{4}$$

$$\text{أو } 10 + y = 0 \Rightarrow y = -10$$

$$S = \left\{-10, \frac{7}{4}\right\}$$

7	x	10	70
35	x	2	70
4	x	1	4
2	x	2	4



$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

22

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\text{أما } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{أو } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{3, 1\}$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x بالمعادلة :

$$x = 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = (3)^2 - 4(3) + 3$$

$$= 9 - 12 + 3 = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = (1)^2 - 4(1) + 3$$

$$= 1 - 4 + 3 = 0$$

23

$$y^2 - 9y - 36 = 0$$

$$(y - 12)(y + 3) = 0$$

$$\text{أما } y - 12 = 0 \Rightarrow y = 12$$

$$\text{أو } y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow S = \{12, -3\}$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y بالمعادلة :

$$y = 12 \Rightarrow y^2 - 9y - 36 = (12)^2 - 9(12) - 36$$

$$= 144 - 108 - 36 = 0$$

$$y = -3 \Rightarrow y^2 - 9y - 36 = (-3)^2 - 9(-3) - 36$$

$$= 9 + 27 - 36 = 0$$

24

$$4 - 26x + 12x^2 = 0$$

$$(4 - 2x)(1 - 6x) = 0$$

$$\text{أما } 4 - 2x = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{أو } 1 - 6x = 0 \Rightarrow 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow S = \left\{2, \frac{1}{6}\right\}$$

تحقق من صحة الحل: نعوض قيم x بالمعادلة:

$$4 - 26x + 12x^2 = 0 \Rightarrow 4 - 26(2) + 12(2)^2 = 0$$

$$4 - 26x + 12x^2 = 0 \Rightarrow 4 - 26\left(\frac{1}{6}\right) + 12\left(\frac{1}{6}\right)^2 = 0$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & \times & 6 & 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & \times & 4 & 12 \\ \hline 1 & \times & 4 & 4 \\ \hline 2 & \times & 2 & 4 \\ \hline \end{array}$$

الدور الثالث 2019

$$3y^2 + 5y - 12 = 0 \Rightarrow (y + 3)(3y - 4) = 0$$

$$\text{أما } 3y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{3}$$

$$\text{أو } y = -3 \Rightarrow S = \left\{\frac{4}{3}, -3\right\}$$

الدور الأول 2022

$$2t^2 + 30t = 200 \Rightarrow 2t^2 + 30t - 200 = 0 \div 2$$

$$t^2 + 15t - 100 = 0$$

$$(t + 20)(t - 5) = 0$$

$$\text{أما } t = -20 \text{ أو } t = 5$$

$$3x^2 - x + 10 = 0$$

$$(3x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\text{أما } 3x + 5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = \left\{2, -\frac{5}{3}\right\}$$

$$80 - 38y + 3y^2 = 0$$

$$12x^2 - 20x + 7 = 0$$

$$4x^2 + 18x + 18 = 0$$

$$6z^2 + 36z - 42 = 0$$

$$22 - 20y - 2y^2 = 0$$

$$32 + 12x - 9x^2$$

واجب

مسائل الاعداد

في مسائل الاعداد من المهم الانتباه الى الإشارات ولذلك افضل طريقة لعدم الوقوع في الخطأ هي الملاحظات الآتية

1- عبارة يزيد او ينقص تكون شكل المعادلة $x^2 - (\text{الضعاف}) - \text{العدد} = 0$

2- عبارة لو اضيف $x^2 + (\text{الضعاف}) - \text{العدد} = 0$

7 ما العدد الذي مربعه يزيد على ضعفه بمقدار 35

7

نفرض العدد هو x

مربع العدد x^2

ضعفه $2x$

$$x^2 - (\text{الضعاف}) - \text{العدد} = 0$$

الدور الأول 2023

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$(x - 7)(x + 5) = 0$$

$$\text{أما } x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$$

$$\text{أو } x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \Rightarrow S = \{7, -5\}$$

$$1 \times 35 \quad 35$$

5	$\times$	7	35
---	----------	---	----



8

8 ما العدد الذي لو أضيف 4 أمثاله الى مربعه لكان الناتج 45

نفرض العدد هو x

مربع العدد x^2

أربعة اضعاف العدد $4x$

$$x^2 + (\text{الضعاف}) - \text{العدد} = 0$$

ثاني 2023

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x + 9)(x - 5) = 0$$

أما $x + 9 = 0 \Rightarrow x = -9$

أو $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

$S = \{5, -9\}$

مثال

ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 12 ؟

نفرض العدد x

مربع العدد x^2

الاضعاف $= 1$

$x^2 - (\text{الاضعاف}) - \text{العدد} = 0$

$x^2 - x - 12 = 0$

$(x - 4)(x + 3) = 0$

أما $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

أو $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

$S = \{-3, 4\}$

$1 \times 12 = 12$

$3 \times 4 = 12$

$2 \times 6 = 12$

الدور الأول 2021

ما العدد الذي مربعه ينقص عن أربعة أمثاله بمقدار 3

نفرض العدد x

اذن مربع العدد هو x^2

أربعة أمثال العدد هو $4x$

$$x^2 - (\text{الضعاف}) + \text{العدد} = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\text{اما } x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

$$\text{او } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$S = \{3, 1\}$$

ما العدد الذي مربعه يساوي ضعفه

نفرض العدد x

اذن مربع العدد هو x^2

اذن ضعفه يساوي $2x$

الدور الثاني 2021

$$x^2 = 2x$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$\text{اما } x = 0 \quad \text{او } x = 2$$

ما العدد الذي مربعه يزيد على ثلاثة امثاله بمقدار 18

نفرض العدد x

اذن مربع العدد هو x^2

ثلاثة امثاله هو $3x$

تمهيدي 2022

$$x^2 - (3x) - 18 = 0$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$\text{اما } x - 3 = 0 \rightarrow x = 6$$

$$\text{او } x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$$

$$S = \{6, -3\}$$



مثال

ما العدد الذي لو اضيف ضعفه الى مربعه لكان الناتج 35 ؟

نفرض العدد x

مربع العدد x^2

ضعف العدد $2x$

$$x^2 + (2x) - 35 = 0$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$(x + 7)(x - 5) = 0$$

$$\text{أما } x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

$$\text{أو } x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$S = \{-7, 5\}$$



اكتب معادلة تمثل المسئلة الآتية ثم جد حلها

ما العدد الذي مربعه ينقص عن أربعة أمثاله بمقدار 3

ملاحظة : فقط عندما تكون عبارة ينقص بعد مربعة سوف تصبح العلاقة

$$x^2 - (\text{الضعاف}) + \text{العدد} = 0$$

نفرض العدد x

اذن مربع العدد هو x^2

أربعة أمثال العدد هو $4x$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\text{أما } x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

$$\text{أو } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$S = \{3, 1\}$$

الدور الأول 2021
خارج العراق

الدور الأول 2021

واجب

خارج العراق 2019

ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 42

ما العدد الذي مربعه يزيد على خمسة امثاله بمقدار 14

مسائل الاشكال المستطيلة

في مسائل المسبح والاشكال المستطيلة

العبارات الآتية تعني (يزيد عن ويزيد على) جمع و (ينقص او يقل عن او يزيد عليه)

تعني طرح

ضعف تعني $(2x)$ وثلاثة اضعاف او أمثال $(3x)$ وهكذا

مثال اذا كان طول ملعب كرة السلة يزيد بمقدار $2m$ على ضعف عرضه ومساحته

$480m^2$. فما بعدي الملعب

تفرض عرض الملعب x

طول الملعب $2x + 2$

مساحة الملعب = الطول $\times$ العرض

الدور الاول 2023

$$x(2x + 2) = 480$$

نعوض الفرضيات والمعلومات في القانون

$$2x^2 + 2x - 480 = 0 \} \div 2$$

$$x^2 + x - 240 = 0$$

نحل المعادلة بالتجربة

$$(x + 16)(x - 15) = 0$$

$$\text{أما } x + 16 = 0 \Rightarrow x = -16 \text{ يهمل}$$

$$\text{أو } x - 15 = 0 \Rightarrow x = 15m \text{ عرض الملعب}$$

نعوض العرض في فرضية الطول

$$2x + 2 = 2(15) + 2 = 30 + 2 = 32m \text{ طول الملعب}$$



مثال

مسبح يقل طوله عن ثلاثة أمثال عرضه بمقدار 1m فإذا كانت مساحة المسبح $140m^2$

جد أبعاده ؟

Mohammed abdul karim

نفرض عرض المسبح x

طول المسبح $3x - 1$

مساحة المسبح = الطول × العرض

قانون مساحة المستطيل

$$x(3x - 1) = 140$$

نعوض الفرضيات والمعلومات في القانون

الدور الثالث 2023

$$3x^2 - x - 140 = 0$$

نحل المعادلة بالتجربة

$$(x - 7)(3x + 20) = 0$$

$$14 \times 10 = 140$$

$$\text{أما } x - 7 = 0$$

20	×	7	140
1	×	3	3

$$x = 7m \text{ عرض المسبح}$$

$$3x + 20 = 0 \text{ أو}$$

$$3x = -20 \Rightarrow x = -\frac{20}{3} \text{ يهمل}$$

$$3x - 1 = 3(7) - 1 = 20m \text{ طول المسبح}$$



9

سجادة طولها يزيد على عرضها بمقدار 2m ومساحتها $48m^2$. ما أبعاد السجادة ؟

نفرض عرض السجادة x

طول السجادة $x + 2$

مساحة السجادة = الطول $\times$ العرض

قانون مساحة المستطيل

$$x(x + 2) = 48$$

نوزع ال x على القوس

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

نعوض الفرضيات والمعلومات في القانون

$$(x + 8)(x - 6) = 0$$

نحل المعادلة بالتجربة

$$x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8 \text{ يهمل أما}$$

$$6 \times 8 = 48$$

$$x - 6 = 0 \text{ أو}$$

$$1 \times 48 = 48$$

$$x = 6m \text{ عرض السجادة}$$

ثوبيدي 2021

$$x + 2 = 6 + 2 = 8m \text{ طول السجادة}$$

نعوض العرض في فرضية الطول

15 أرض مستطيلة الشكل يزيد طولها بمقدار 4m على عرضها ما بعدا الأرض اذا

كانت مساحتها $60m^2$ ؟

$$1 \times 60 = 60$$

3	×	20	60
4	×	15	60
6	×	10	60

نفرض العرض x

الطول $x + 4$

مساحة المستطيل = الطول $\times$ العرض

قانون مساحة المستطيل

$$x(x + 4) = 60$$

نعوض الفرضيات والمعلومات في القانون

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

نوزع ال x على القوس

$$(x + 10)(x - 6) = 0$$

نحل المعادلة بالتجربة

$$\text{أما } x + 10 = 0 \Rightarrow x = -10 \text{ يهمل}$$

$$\text{أو } x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m \text{ العرض}$$

نعوض العرض في فرضية الطول

$$x + 4 = 6 + 4 = 10m \text{ الطول}$$



20

قطعة معدن مستطيلة الشكل ينقص عرضها بمقدار 2m عن طولها . ما بعدا القطعة

المعدنية اذا كانت مساحتها $24m^2$ ؟

نفرض طول القطعة x

عرض القطعة $x - 2$



مساحة القطعة = الطول $\times$ العرض

$$x(x - 2) = 24$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x - 6)(x + 4) = 0$$

أما $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ طول القطعة

أو $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$ يهمل

$x - 2 = 6 - 2 = 4m$ عرض القطعة



21

صالة طعام ينقص طولها عن مثلي عرضها بمقدار 3m ومساحتها $54m^2$. ما أبعاد

الصالة ؟

نفرض عرض الصالة x

مثلي عرضها $2x$

طول الصالة $2x - 3$

$$1 \times 54 \quad 54$$

6	$\times$	9	54
1	$\times$	3	3

مساحة الصالة = الطول $\times$ العرض

$$x(2x - 3) = 54$$

$$2x^2 - 3x - 54 = 0$$

قانون مساحة المستطيل

نعوض الفرضيات والمعلومات في القانون

نوزع ال x على القوس

نحل المعادلة بالتجربة

$$(x - 6)(2x + 9) = 0$$

أما $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ عرض الصالة

أو $2x + 9 = 0 \Rightarrow 2x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{2}$ يهمل

$2x - 3 = 2(6) - 3 = 12 - 3 = 9m$ طول الصالة



سجادة طولها يزيد على عرضها بمقدار 3m ومساحتها $40m^2$. ما أبعاد السجادة ؟

نفرض عرض السجادة x

طول السجادة $x + 3$

مساحة السجادة = الطول $\times$ العرض

قانون مساحة المستطيل

نوزع ال x على القوس

$$x(x + 3) = 40$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

نعوض الفرضيات والمعلومات في القانون

$$(x + 8)(x - 5) = 0$$

نحل المعادلة بالتجربة

أما $x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$ يهمل

تمهيدي 2021

أو $x - 5 = 0$

$x = 5m$ عرض السجادة

$x + 3 = 5 + 3 = 8m$ طول السجادة

نعوض العرض في فرضية الطول

حديقة منزل طولها يزيد على ضعف عرضها بمقدار $3m$ ومساحتها $44m^2$ فما بعدا الحديقة

نفرض عرض الصالة x

ضعف عرضها $2x$

طول الصالة $2x + 3$

مساحة الصالة = الطول $\times$ العرض

$$x(2x + 3) = 44$$

$$2x^2 + 3x - 44 = 0$$

$$(2x + 11)(x - 4) = 0$$

$$\text{أما } x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4m \text{ عرض الصالة}$$

$$\text{أو } 2x + 11 = 0 \Rightarrow 2x = -11 \Rightarrow x = -\frac{11}{2} \text{ يهمل}$$

$$2x + 3 = 2(4) + 3 = 8 + 3 = 11 \text{ طول الصالة}$$



حوض سباحة يزيد طوله عن مثلي عرضه بمقدار $4m$ ومساحتها $48m$ ما ابعاده

نفرض عرض الصالة x

مثلي عرضها $2x$

طول الصالة $2x + 4$

مساحة الصالة = الطول $\times$ العرض

قانون مساحة المستطيل

نعوض الفرضيات والمعلومات في القانون

نوزع ال x على القوس

$$x(2x + 4) = 48$$

$$2x^2 + 4x - 48 = 0 \quad \} \div 2$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

نحل المعادلة بالتجربة

$$(x + 6)(x - 4) = 0$$

الدور الثاني 2021

$$\text{أما } x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6m \quad \text{عرض الصالة}$$

$$\text{أو } x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$2x + 4 = 2(4) + 4 = 12 \quad \text{طول الصالة}$$



تدرب وحل المسائل الحياتية

25

رياضة : اذا كان طول صورة ملعب كرة القدم بمقدار 4m على ضعف عرضها فما بعدا الصورة اذا كانت مساحتها $160m^2$ ؟

نفرض عرض الصورة x

ضعف العرض $2x$

طول الصورة $2x + 4$

المساحة = الطول $\times$ العرض

$$x(2x + 4) = 160$$

$$2x^2 + 4x - 160 = 0 \quad \} \div 2$$

$$x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$(x + 10)(x - 8) = 0$$

$$\text{أما } x + 10 = 0 \Rightarrow x = -10 \text{ يهمل}$$

$$\text{أو } x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8m \text{ عرض الصورة}$$

$$2x + 4 = 2(8) + 4 = 16 + 4 = 20m \text{ طول الصورة}$$

26 حقل نعام : اذا كان طول حقل لتربية طيور النعام يقل بمقدار 4m عن ضعف

عرضه فاذا كانت مساحة الحقل $96m^2$ فهل يكفي سياج طوله 44m

لتحويط الحقل ؟

نفرض عرض الحقل x

ضعف العرض 2x

طول الحقل 2x - 4

المساحة = الطول × العرض

$$x(2x - 4) = 96$$

$$2x^2 - 4x - 96 = 0 \} \div 2$$

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$(x + 6)(x - 8) = 0$$

$$\text{أما } x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ يهمل}$$

$$\text{أو } x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8m \text{ عرض}$$

$$2x - 4 = 2(8) - 4 = 16 - 4 = 12m \text{ طول الحقل}$$

محيط المستطيل = $2 \times (\text{الطول} + \text{العرض})$

$$P = 2 \times (12 + 8) = 2 \times 20 = 40m$$

نعم يكفي

مثال

أرض مستطيلة الشكل يزيد طولها بمقدار 5m على عرضها ما بعدا الأرض اذا كانت مساحتها $150m^2$ ؟

نفرض العرض x

الطول $x + 5$

مساحة المستطيل = الطول $\times$ العرض

قانون مساحة المستطيل

$$x(x + 5) = 150$$

نعوض الفرضيات والمعلومات في القانون

$$x^2 + 5x - 150 = 0$$

نوزع ال x على القوس

$$(x + 15)(x - 10) = 0$$

نحل المعادلة بالتجربة

$$\text{أما } x + 10 = 0 \Rightarrow x = -15 \text{ يهمل}$$

$$\text{أو } x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10m \text{ العرض}$$

نعوض العرض في فرضية الطول

$$x + 5 = 10 + 5 = 15m \text{ الطول}$$



27 أطار صورة : اشترى سامر اطار لصورة طوله ضعف عرضه يحتاج سامر الى تصغير الاطار بمقدار 2cm من طوله وعرضه ليصبح مناسباً للصورة فما أبعاد الاطار الذي اشتراه سامر اذا كانت مساحة الصورة 40cm^2 ؟

نفرض عرض الاطار x

طول الاطار $2x$

بعد التصغير يصبح : العرض $(x - 2)$ ، الطول $(2x - 2)$

المساحة = الطول $\times$ العرض

$$(2x - 2)(x - 2) = 40$$

$$2x^2 - 4x - 2x + 4 - 40 = 0$$

$$2x^2 - 6x - 36 = 0 \quad \} \div 2$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$\text{أما } x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6\text{m} \quad \text{العرض}$$

$$\text{أو } x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \quad \text{يهمل}$$

$$2x = 2(6) = 12\text{m} \quad \text{طول}$$



فكر

تحد : حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

$$\text{i) } (x - 3)(x + 2) = 14$$

$$x^2 + 2x - 3x - 6 - 14 = 0$$

28

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$$(x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\text{أما } x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{أو } x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow S = \{5, -4\}$$



$$\text{ii) } 3y^2 - 11y + 10 = 80$$

$$3y^2 - 11y + 10 - 80 = 0$$

$$3y^2 - 11y - 70 = 0 \Rightarrow (y - 7)(3y + 10) = 0$$

$$\text{أما } y - 7 = 0 \Rightarrow y = 7$$

$$\text{أو } 3y + 10 = 0 \Rightarrow 3y = -10 \Rightarrow y = -\frac{10}{3}$$

$$S = \left\{7, -\frac{10}{3}\right\}$$



29

وضح : هل أن المجموعة المعطاة تمثل مجموعة حل للمعادلة أم لا ؟

$$\text{i) } 4x^2 + 2x = 30, \left\{-\frac{2}{5}, 3\right\}$$

$$4x^2 + 2x - 30 = 0 \rightarrow (2x + 6)(2x - 5) = 0$$

$$\text{أما } 2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

$$\text{أو } 2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{\frac{5}{2}, 3\right\} \text{ لا تمثل مجموعة حل}$$



ii) $42 - 33y + 6y^2 = 0$, $\left\{2, \frac{7}{2}\right\}$

30

$$(7 - 2y)(6 - 3y) = 0$$

أما $7 - 2y = 0 \Rightarrow 2y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{2}$

أو $6 - 3y = 0 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2$

$S = \left\{2, \frac{7}{2}\right\}$ تمثل مجموعة حل



31

أصح الخطأ : قالت رنا أن مجموعة الحل للمعادلة :

$2x^2 - 34x + 60 = 0$ هي $\{3, 15\}$. حدد خطأ رنا وصححه .

$2x^2 - 34x + 60 = 0$ } $\div 2$

$x^2 - 17x + 30 = 0$

$(x - 2)(x - 15) = 0$

أما $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

أو $x - 15 = 0 \Rightarrow x = 15$

$S = \{2, 15\}$

خطأ رنا مجموعة الحل .



32

حس عددي : عدد صحيح مكون من رقمين فاذا كان رقم آحاده يزيد على ضعف عشراته بمقدار 1 وحاصل ضرب رقميه يساوي 10 فما العدد ؟

نفرض العشرات x

ضعف العشرات $2x$

الاحاد $2x + 1$

$$x(2x + 1) = 10$$

$$2x^2 + x - 10 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\text{أما } 2x + 5 = 0 \quad 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$\text{أو } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = \left\{2, -\frac{5}{2}\right\}$$

Mohammed abdul karim



الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

تعرفت سا بقا كيفية تحليل مقدار جبري على هيئة مربع كامل والآن سوف نستخدم هذا التحليل في حل معادلات بالتحليل بالمربع الكامل لإيجاد مجموعة الحل للمعادلة .
أي أن :

$$ax^2 + bx + c = (\sqrt{ax^2} \pm \sqrt{c})^2 = (\sqrt{\text{الحد الاول}} \pm \sqrt{\text{الحد الاخير}})^2$$

حيث الإشارة $\pm$ حسب إشارة الحد الوسط (الثاني) .

على الطالب مراجعة شرح هذا الموضوع في الفصل الثاني



مثال حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

$$4x^2 + 20x + 25 = 0$$

نحلل المقدار كمربع كامل الجذر التربيعي للحد الثاني الجذر التربيعي للحد الأول

$$(2x + 5)^2 = 0$$

ناخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\sqrt{(2x + 5)^2} = \sqrt{0}$$

التربيع يحذف مع الجذر

$$2x + 5 = 0$$

$$2x = -5$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

مثال

$$y^2 - y + \frac{1}{4} = 0$$

الجذر التربيعي للحد الأول

الجذر التربيعي للحد الثاني

نحلل المقدار كمربع كامل

$$\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$$

ناخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\sqrt{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{0}$$

التربيع يحذف مع الجذر

$$y - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

مثال

$$3 - 6\sqrt{3}Z + 9Z^2 = 0$$

نحلل المقدار كمربع كامل

$$(\sqrt{3} - 3Z)^2 = 0$$

ناخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\sqrt{3} - 3Z = 0$$

$$3Z = \sqrt{3}$$

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

يمكن حل المعادلة من الدرجة الثانية بالمربع الكامل كالآتي :

(1) نضع المعادلة التربيعية بالصورة $ax^2 + bx = -c$ حيث $a \neq 0$

(2) اذا كان $a \neq 1$ فنقسم المعادلة على a

(3) نضيف الى طرفي المعادلة المقدار (مربع نصف معامل x) أي أن : $\left(\frac{1}{2}b\right)^2$

(4) نحلل الطرف الأيسر الذي أصبح مربعاً كاملاً ونبسط الطرف الأيمن .

(5) نأخذ الجذر التربيعي للطرفين ونجد قيم x

مثال حل المعادلات التالية بطريقة إكمال المربع :

نحول الحد المطلق الى الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x = 12$$

نأخذ معامل x (الحد الأوسط) ونضربه في $\frac{1}{2}$ ثم نربع الناتج ثم نضيفه الى طرفي المعادلة

$$\left(\frac{1}{2} \times 4\right)^2 = (2)^2 = 4$$

نضيف الى طرفي المعادلة

نجمع الطرف الأيمن ونحلل الطرف الأيسر بالمربع الكامل (الموضوع السابق)

$$x^2 - 4x + 4 = 12 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 16$$

بأخذ الجذر التربيعي الطرفين

$$x - 2 = \pm 4$$

التربيع يلغى مع الجذر

$$\text{أما } x - 2 = 4 \Rightarrow x = 4 + 2 = 6$$

$$\text{او } x - 2 = -4 \Rightarrow x = -4 + 2 = -2$$

$$S = \{6, -2\}$$



$$2y^2 - 3 = 3y$$

نحول الحد المطلق الى الطرف الثاني ونقلب اشارته...ونرتب المعادلة

$$2y^2 - 3y = 3$$

يجب ان يكون معامل y^2 يساوي 1 لذلك نقسم الطرفين على 2

$$y^2 - \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}$$

نأخذ معامل y (الحد الأوسط) ونضربه في $\frac{1}{2}$ ثم نربع الناتج ثم نضيفه الى طرفي المعادلة

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{9}{16} = \frac{3}{2} + \frac{9}{16}$$

نجمع الطرف الأيمن ونحلل الطرف الأيسر بالمربع الكامل

$$\left(y - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{24 + 9}{16}$$

$$\left(y - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$y - \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\text{أما } y - \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{33}}{4} + \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{33} + 3}{4}$$

$$\text{أو } y - \frac{3}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow y = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow y = \frac{3 - \sqrt{33}}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{33} + 3}{4}, \frac{3 - \sqrt{33}}{4} \right\}$$



مثال

مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار 2cm قدر طول المستطيل وعرضه بالتقريب

لأقرب عدد صحيح اذا كانت مساحته 36cm^2 ؟

نفرض عرض المستطيل x ، طول المستطيل $x + 2$

مساحة المستطيل = الطول $\times$ العرض

$$x(x + 2) = 36$$

$$x^2 + 2x = 36$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = (1)^2 = 1 \quad \text{نضيف الى طرفي المعادلة}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 36 + 1$$

$$(x + 1)^2 = 37 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$x + 1 = \pm\sqrt{37} \Rightarrow x + 1 \approx \pm 6$$

$$x + 1 \approx 6 \Rightarrow x \approx 6 - 1 \approx 5\text{cm} \quad \text{عرض المستطيل}$$

$$x + 1 \approx -6 \Rightarrow x \approx -6 - 1 = -7 \quad \text{يهمل}$$

$$x + 2 = 5 + 2 = 7\text{ cm} \quad \text{طول المستطيل}$$

تأكد من فهمك

حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

$$x^2 + 12x + 36 = 0$$

1

$$(x + 6)^2 = 0 \quad \text{بالجذر التربيعي} \Rightarrow x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$$

$$y^2 - 10y + 25 = 0$$

2

$$(y - 5)^2 = 0 \quad \text{بالجذر التربيعي} \Rightarrow y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

3

$$(2x - 1)^2 = 0 \quad \text{بالجذر التربيعي} \Rightarrow 2x - 1 = 0$$

$$2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$y^2 + 2\sqrt{7}y + 7 = 0$$

4

$$(y + \sqrt{7})^2 = 0 \quad \text{بالجذر التربيعي} \Rightarrow y + \sqrt{7} = 0$$

$$y = -\sqrt{7}$$

$$S = \{-\sqrt{7}\}$$

5

$$x^2 + 16x = -64$$

$$x^2 + 16x + 64 = 0 \Rightarrow (x + 8)^2 = 0 \quad \text{بالجذر التربيعي}$$

$$x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$$

$$s = \{-8\}$$

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2 = 0$$

$$\left(\frac{1}{4} - x\right)^2 = 0 \quad \text{بالجذر التربيعي} \Rightarrow \frac{1}{4} - x = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$s = \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

6

7

حل المعادلات بطريقة اكمال المربع

$$x^2 - 10x - 24 = 0$$

نحول الحد المطلق الى الطرف الثاني ونقلب اشارته

$$x^2 - 10x = 24$$

نأخذ معامل x (الحد الأوسط) ونضربه في $\frac{1}{2}$ ثم نربع الناتج ثم نضيفه الى طرفي المعادلة

$$\left(\frac{1}{2} \times 10\right)^2 = (5)^2 = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = 24 + 25$$

نجمع الطرف الأيمن ونحلل الطرف الايسر بالمربع الكامل

$$(x - 5)^2 = 49 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$x - 5 = \pm 7$$

أما $x - 5 = 7 \Rightarrow x = 7 + 5 = 12$

أو $x - 5 = -7 \Rightarrow x = -7 + 5 = -2$

$S = \{12, -5\}$



8

$y^2 - 3 = 2y$

نحول الحد المطلق الى الطرف الثاني ونقلب اشارته ونعيد ترتيب المعادلة

$y^2 - 2y = 3$

نأخذ معامل y (الحد الأوسط) ونضربه في $\frac{1}{2}$ ثم نربع الناتج ثم نضيفه الى طرفي المعادلة

$\left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = (1)^2 = 1$

نجمع الطرف الأيمن ونحلل الطرف الأيسر بالمربع الكامل

$y^2 - 2y + 1 = 3 + 1$

$(y - 1)^2 = 4$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - 1 = \pm 2$

أما $y - 1 = 2 \Rightarrow y = 2 + 1 = 3$

أو $y - 1 = -2 \Rightarrow y = -2 + 1 = -1$

$s = \{3, -1\}$



9

$4x^2 - 3x - 16 = 0$

يجب ان يكون معامل x^2 يساوي 1 لذلك نقسم الطرفين على 4

$x^2 - \frac{3}{4}x - 4 = 0$

نحول الحد المطلق الى الطرف الثاني ونقلب اشارته

$x^2 - \frac{3}{4}x = 4$

نأخذ معامل x (الحد الأوسط) ونضربه في $\frac{1}{2}$ ثم نربع الناتج ثم نضيفه الى طرفي المعادلة

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = 4 + \frac{9}{64}$$

نجمع الطرف الأيمن ونحلل الطرف الايسر بالمربع الكامل

$$\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{265}{64}$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x - \frac{3}{8} = \pm \frac{\sqrt{265}}{8}$$

$$\text{أما } x - \frac{3}{8} = \frac{\sqrt{265}}{8} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{265}}{8} + \frac{3}{8} = \frac{\sqrt{265} + 3}{8}$$

$$\text{أو } x - \frac{3}{8} = -\frac{\sqrt{265}}{8} \Rightarrow x = \frac{3}{8} - \frac{\sqrt{265}}{8} = \frac{3 - \sqrt{265}}{8}$$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{265} + 3}{8}, \frac{3 - \sqrt{265}}{8} \right\}$$



10

$$3y^2 + 2y = 1$$

$$3y^2 + 2y = 1 \quad \} \div 3 \quad \Rightarrow \quad y^2 + \frac{2}{3}y = \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$y^2 + \frac{2}{3}y + \frac{1}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$$

$$\left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{3+1}{9}$$

$$\left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$y + \frac{1}{3} = \pm \frac{2}{3}$$

$$\text{أما } y + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{أو } y + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{3}{3} = -1$$

$$S = \left\{-1, \frac{1}{3}\right\}$$



11

$$x^2 - \frac{6}{5}x = \frac{1}{5}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{6}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{9}{25} = \frac{1}{5} + \frac{9}{25} \Rightarrow \left(x - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{5+9}{25}$$

$$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{14}{25}$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x - \frac{3}{5} = \pm \frac{\sqrt{14}}{5}$$

$$\text{أما } x - \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{14}}{5} + \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{14} + 3}{5}$$

$$\text{أو } x - \frac{3}{5} = -\frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x = \frac{3}{5} - \frac{\sqrt{14}}{5} = \frac{3 - \sqrt{14}}{5}$$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{14} + 3}{5}, \frac{3 - \sqrt{14}}{5} \right\}$$

12

$$5y^2 + 15y - 30 = 0$$

$$5y^2 + 15y = 30 \quad \} \div 5 \Rightarrow y^2 + 3y = 6$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 3\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$y^2 + 3y + \frac{9}{4} = 6 + \frac{9}{4}$$

$$\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{33}{4}$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$y + \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$$

$$\text{أما } y + \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{33}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{33} - 3}{2}$$

$$\text{أو } y + \frac{3}{2} = -\frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y = -\frac{\sqrt{33}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{33} - 3}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{33} - 3}{2}, \frac{-\sqrt{33} - 3}{2} \right\}$$

تدرب وحل التمارين

حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

$$x^2 + 24x + 144 = 0$$

13

$$(x + 12)^2 = 0 \Rightarrow \text{بالجذر التربيعي} \Rightarrow x + 12 = 0 \Rightarrow x = -12$$

$$y^2 + 4\sqrt{2}y + 8 = 0$$

14

$$(y + 2\sqrt{2})^2 = 0 \Rightarrow \text{بالجذر التربيعي} \Rightarrow y + 2\sqrt{2} = 0$$

$$y = -2\sqrt{2}$$

$$3y^2 + 36 - 12\sqrt{3}y = 0$$

15

$$3y^2 - 12\sqrt{3}y + 36 = 0 \quad \text{بقسمة على 3} \quad y^2 - 4\sqrt{3}y + 12 = 0$$

$$(y - \sqrt{12})^2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{بالجذر التربيعي} \Rightarrow y = \sqrt{12}$$

$$y = 2\sqrt{3}$$



16

حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع :

$$y^2 + 2\sqrt{3}y = 3$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3}\right)^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$y^2 + 2\sqrt{3}y + 3 = 3 + 3$$

$$(y + \sqrt{3})^2 = 6$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$y + \sqrt{3} = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{أما } y + \sqrt{3} = \sqrt{6} \Rightarrow y = \sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$\text{أو } y + \sqrt{3} = -\sqrt{6} \Rightarrow y = -\sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$S = \{\sqrt{6} + \sqrt{3}, -\sqrt{6} - \sqrt{3}\}$$



17

$$x^2 - 2x = 0$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = (1)^2 = 1$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 - 2x + 1 = 1$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين $(x - 1)^2 = 1$

$$x - 1 = \pm 1$$

أما $x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1 + 1 = 2$

أو $x - 1 = -1 \Rightarrow x = -1 + 1 = 0$

$$S = \{2, 0\}$$

$$x^2 - \frac{2}{3}x = 4$$

18

نضيف الى طرفي المعادلة $\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$$x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 4 + \frac{1}{9}$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{37}{9}$

$$x - \frac{1}{3} = \pm \frac{\sqrt{37}}{3}$$

أما $x - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{37}}{3} + \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{37} + 1}{3}$

أو $x - \frac{1}{3} = \frac{-\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{37}}{3} = \frac{1 - \sqrt{37}}{3}$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{37} + 1}{3}, \frac{1 - \sqrt{37}}{3} \right\}$$



19

حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح :

$$x^2 - 6x = 15$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 6\right)^2 = (3)^2 = 9$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 - 6x + 9 = 15 + 9$$

$$(x - 3)^2 = 24 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين} \quad 24 \approx 25$$

$$x - 3 \approx \pm 5$$

$$\text{أما } x - 3 \approx 5 \Rightarrow x \approx 5 + 3 \approx 8$$

$$\text{أو } x - 3 \approx -5 \Rightarrow x \approx -5 + 3 \approx -2$$

$$S = \{8, -2\}$$



20

$$y(2y + 28) = 28$$

$$2y^2 + 28y = 28 \quad \} \div 2 \Rightarrow y^2 + 14y = 14$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 14\right)^2 = (7)^2 = 49 \quad \text{نضيف الى طرفي المعادلة}$$

$$y^2 + 14y + 49 = 14 + 49$$

$$(y + 7)^2 \approx 63 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين} \quad 63 \approx 64$$

$$y + 7 \approx \pm 8$$

$$\text{أما } y + 7 \approx 8 \Rightarrow y \approx 8 - 7 = 1$$

$$\text{أو } y + 7 \approx -8 \Rightarrow y \approx -8 - 7 = -15$$

$$S = \{1, -15\}$$

تدرب وحل المسائل الحياتية

21

مدينة بابل : مدينة بابل هي مدينة عراقية كانت تقع على نهر الفرات وكانت عاصمة البابليين أيام حكم حمورابي سنة (1750 - 1792) قبل الميلاد . اذا كانت المعادلة $x^2 - 28x + 196 = 0$ تمثل مساحة إحدى القاعات المربعة الشكل اذ x يمثل طول ضلع القاعة . جد طول ضلع القاعة ؟

$$x^2 - 28x + 196 = 0 \Rightarrow (x - 14)^2 = 0 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي}$$

$$x - 14 = 0 \Rightarrow x = 14 \quad \text{طول ضلع القاعة}$$

22

دب الباندا : المساحة المخصصة لدب الباندا في حديقة الحيوانات مستطيلة الشكل 126 مترا وعرضها يقل بمقدار 8 متر عن طولها . جد أبعاد المنطقة المخصصة للدب بالتقريب لأقرب عدد صحيح .

نفرض الطول x ، العرض $x - 8$

المساحة = الطول $\times$ العرض

$$x(x - 8) = 126 \Rightarrow x^2 - 8x = 126$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 8\right)^2 = (4)^2 = 16$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 - 8x + 16 = 126 + 16$$

$$(x - 4)^2 = 142$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين $142 \approx 144$

$$x - 4 \approx \pm 12$$

$$x - 4 \approx 12 \Rightarrow x \approx 12 + 4 \approx 16$$

الطول أما

$$x - 4 \approx -12 \Rightarrow x \approx -12 + 4 \approx -8$$

أو يهمل

$$x - 8 = 16 - 8 = 8$$

العرض



23

حيتان : تجنح بعض المجموعات من الحيتان الى الشاطئ ولا يوجد تفسير علمي لهذه الظاهرة ويحاول

حماة البيئة ارجاعها الى البحر. حل المعادلة $x^2 + 20x = 525$ بطريقة اكمال المربع لاجاد قيمة

x التي تمثل عدد الحيتان التي جنح الى أحد شواطئ استراليا .

$$\left(\frac{1}{2} \times 20\right)^2 = (10)^2 = 100$$

نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 + 20x + 100 = 525 + 100$$

$$(x + 10)^2 = 625$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x + 10 = \pm 25$$

أما $x + 10 = 25 \Rightarrow x = 25 - 10 = 15$

أو $x + 10 = -25 \Rightarrow x = -25 - 10 = -35$ يهمل

عدد الحيتان هو 15

فكر

24

تحد : حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح :

i) $4x(x - 6) = 27$

$$4x^2 - 24x = 27 \quad \} \div 4 \Rightarrow x^2 - 6x = \frac{27}{4}$$

$$\frac{27}{4} \approx \frac{28}{4} = 7$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 6\right)^2 = (3)^2 = 9 \quad \text{نضيف الى طرفي المعادلة}$$

$$x^2 - 6x + 9 \approx 7 + 9$$

$$(x - 3)^2 \approx 16 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$x - 3 \approx \pm 4$$

أما $x - 3 \approx 4 \Rightarrow x \approx 4 + 3 \approx 7$

أو $x - 3 \approx -4 \Rightarrow x \approx -4 + 3 \approx -1 \Rightarrow S = \{7, 1\}$

ii) $6y^2 - 48y = 6$

$$6y^2 - 48y = 6 \quad \} \div 6 \Rightarrow y^2 - 8y = 1$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 8\right)^2 = (4)^2 = 16 \quad \text{نضيف الى طرفي المعادلة}$$

$$y^2 - 8y + 16 = 1 + 16$$

$$(y - 4)^2 = 17 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$y - 4 \approx \pm 4$$

$$\text{أما } x - 4 \approx 4 \Rightarrow x \approx 4 + 4 \approx 8$$

$$\text{أو } x - 4 \approx -4 \Rightarrow x \approx -4 + 4 \approx 0 \Rightarrow S = \{8, 0\}$$

$$17 \approx 16$$



25

أصح الخطأ : حلت سوسن المعادلة: $4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ بطريقة اكمال المربع وكتبت مجموعة الحل للمعادلة بالشكل الآتي :

$$S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right\}$$

اكتشف خطأ سوسن وصححه .

$$4x^2 - 4\sqrt{3}x = -3 \quad \Rightarrow \quad x^2 - \sqrt{3}x = -\frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times \sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \quad \text{نضيف الى طرفي المعادلة}$$

$$x^2 - \sqrt{3}x + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

26

حس عددي : هل أن مجموعة الحل للمعادلة :

$$y^2 - 4y + 4 = 0 \quad \text{تحتوي على قيمتين متساويتين بالمقدار أحدهما سالبة والأخرى موجبة ؟}$$

وضح اجابتك .

كلا لانه مربع كامل

$$y^2 - 4y + 4 = 0 \Rightarrow (y - 2)^2 = 0$$

$$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$



$$\text{أكتب // مجموعة الحل للمعادلة : } \frac{1}{81} - \frac{2}{9}Z + Z^2 = 0$$

الحل:

$$\left(\frac{1}{9} - Z\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{9} - Z = 0 \Rightarrow Z = \frac{1}{9}$$

الأستاذ محمد عبد الكريم

07722928858

البصرة...متوسطة التحرير

حل المعادلات بالقانون العام

يمكن حل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ باستخدام القانون العام (الدستور):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

لحل المعادلة بالقانون العام وذلك لإيجاد الجذور الحقيقية للمعادلة التربيعية كما يأتي :

- (1) نضع المعادلة التربيعية بالصورة العامة (القياسية) : $ax^2 + bx + c = 0$
- (2) نكتب قيم المعاملات : a معامل x^2 , b معامل x مع اشارته , c الحد المطلق مع اشارته .
- (3) نعوض بالقانون العام لإيجاد قيمتي المتغير .

مثال

أريد رصف ممر على جانبي حديقة منزل بالسيراميك طول الحديقة 7m وعرضها 5m ومساحة الرصف $45m^2$ جد عرض الممر المطلوب رصفه بالسيراميك .

نفرض عرض الممر x

فإن مساحة الجزء الأيمن من الممر $7x$

مساحة الجزء الممر الأمامي $5x$ ومساحة زاوية الممر x^2

ومجموع مساحتي الرصف $45m^2$

نستخرج قيم a , b , c ثم نعوضها بالقانون

$$x^2 + 7x + 5x = 45$$

$$x^2 + 12x - 45 = 0$$

$$a = 1 , b = 12 , c = -45$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{(12)^2 - 4(1)(-45)}}{2(1)}$$

نبسط هذا المقدار أولاً ثم نطرح ناتجه من 12^2

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 180}}{2}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{324}}{2}$$

$$\sqrt{324} = 18$$

$$x = \frac{-12 \pm 18}{2}$$

نجزء المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$\text{أما } x = \frac{-12 + 18}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ m عرض الممر}$$

$$\text{أو } x = \frac{-12 - 18}{2} = \frac{-30}{2} = -15 \text{ يهمل}$$

لا يوجد طول في السالب



جد مجموعة حل المعادلة التالية باستعمال القانون العام

$$x^2 - 3x - 5 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 1, b = -3, c = -5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$

نبسط هذا المقدار أولاً ثم نطرح ناتجه من -3^2

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 20}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

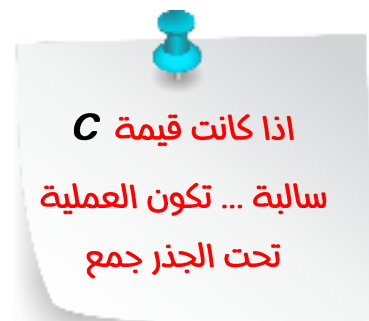
إذا كان العدد ليس له جذر معروف (مربع كامل) يبقى على

نحجز المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$\text{أما } x = \frac{3 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\text{أو } x = \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{29}}{2}, \frac{3 - \sqrt{29}}{2} \right\}$$



تمرين
1

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام في R

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = -5$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$

نبسط هذا المقدار أولاً ثم نطرح ناتجه من 4^2

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} =$$

$$\frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

نجزء المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\text{أما } x = \frac{4 + 6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{أو } x = \frac{4 - 6}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad \Rightarrow \quad S = \{5, -1\}$$

تمرين

$$y^2 + 5y - 1 = 0$$

2

$$a = 1, \quad b = 5, \quad c = -1$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

نبتسط هذا المقدار أولا ثم نطرح ناتجه من 5^2

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

ليس مربع كامل $\sqrt{29}$

$$\text{أما } y = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2} \quad \text{أو } y = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2}$$

نجزء المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$S = \left\{ \frac{-5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \right\}$$

تمرين

3

$$3x^2 - 9x = -2$$

نرتب المعادلة أولا

$$3x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$a = 3, \quad b = -9, \quad c = 2$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$$

نبسط هذا المقدار أولاً ثم نطرح ناتجه من 9^2

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 24}}{6} = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{6}$$

ليس مربع كامل $\sqrt{57}$

نجزء المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$\text{أما } x = \frac{9 + \sqrt{57}}{6} \quad \text{أو} \quad x = \frac{9 - \sqrt{57}}{6}$$

$$S = \left\{ \frac{9 + \sqrt{57}}{6}, \frac{9 - \sqrt{57}}{6} \right\}$$

تمرين

4

$$4y^2 + 8y = 6$$

نرتب المعادلة أولاً

$$4y^2 + 8y - 6 = 0 \} \div 2$$

لتبسيط الحل نقسم على 2... يمكن الحل بدون القسمة

$$2y^2 + 4y - 3 = 0$$

$$a = 2, \quad b = 4, \quad c = -3$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

نبسط هذا المقدار أولاً ثم نطرح ناتجه من 24

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4}$$

ليس مربع كامل $\sqrt{40}$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{4} =$$

نجزء المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$\text{أما } y = \frac{-4 - \sqrt{40}}{4} \text{ أو } y = \frac{-4 + \sqrt{40}}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{-4 + \sqrt{40}}{4}, \frac{-4 - \sqrt{40}}{4} \right\}$$

تمرين

5

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

نستخرج قيم c b a ثم نعوضها بالقانون

$$a = 4, b = -12, c = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(4)(9)}}{2(4)}$$

نبسط هذا المقدار أولاً ثم نطرح ناتجه من 12^2

$$= \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \frac{12 \pm 0}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

تمرين

6

$$2y^2 - 3 = -5y$$

نرتب المعادلة أولا

$$2y^2 + 5y - 3 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 2, b = 5, c = -3$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

نبسط هذا المقدار أولا ثم نطرح ناتجه من 5^2

$$\sqrt{49} = 7$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

نجزء المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$\text{أما } y = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{أو } y = \frac{-5 - 7}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2}, -3 \right\}$$

تمرين

15

$$x^2 - 7x - 14 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 1, b = -7, c = -14$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(-14)}}{2(1)}$$

نبسط هذا المقدار أولاً ثم نطرح ناتجه من 7^2

$$= \frac{7 \pm \sqrt{49 + 56}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{105}}{2}$$

ليس مربع كامل $\sqrt{105}$

نجزء المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$\text{أما } x = \frac{7 + \sqrt{105}}{2} \text{ أو } x = \frac{7 - \sqrt{105}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{7 + \sqrt{105}}{2}, \frac{7 - \sqrt{105}}{2} \right\}$$

تمرين

17

$$y^2 + 3y - 9 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 1, b = 3, c = -9$$

نبسط هذا المقدار أولاً ثم نطرح ناتجه من 3^2

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 36}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2}$$

$$\text{أما } y = \frac{-3 + \sqrt{45}}{2} \text{ أو } y = \frac{-3 - \sqrt{45}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-3 + \sqrt{45}}{2}, \frac{-3 - \sqrt{45}}{2} \right\}$$

تمرين

17

نرتب المعادلة أولا ...نوزع ال 8 على القوس

$$2x^2 - 8(3x + 2) = 0$$

بالقسمة على 2

$$2x^2 - 24x - 16 = 0 \rightarrow x^2 - 12x - 8 = 0$$

$$a = 1, b = -12, c = -8$$

نستخرج قيم c b a ثم نعوضها بالقانون

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2}$$

نبسط هذا المقدار أولا ثم نطرح ناتجه من 12²

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 32}}{2}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{172}}{2}$$

ليس مربع كامل $\sqrt{172}$

$$\text{أما } x = \frac{12 + \sqrt{172}}{2} \text{ أو } x = \frac{12 - \sqrt{172}}{2}$$

نجزء المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$S = \left\{ \frac{12 + \sqrt{172}}{2}, \frac{12 - \sqrt{172}}{2} \right\}$$

تمرين

18

$$2y^2 - 2 = -10y$$

نرتب المعادلة أولا

$$2y^2 + 10y - 2 = 0 \rightarrow y^2 + 5y - 1 = 0 \quad \text{بالقسمة على 2}$$

$$a = 1, b = 5, c = -1$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

نبسط هذا المقدار أولاً ثم نطرح ناتجه من 5^2

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

ليس مربع كامل $\sqrt{29}$

$$\text{أما } y = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \text{ أو } y = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2}$$

نجزء المقدار الى جزئين موجب وسالب

$$S = \left\{ y = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2}, y = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2} \right\}$$

العامل المميز

يمكن معرفة نوع جذري المعادلة التربيعية : $ax^2 + bx + c = 0$ باستعمال العامل المميز كالآتي :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

الحالة الأولى

إذا كان المميز $[b^2 - 4ac > 0]$ موجب ومربع كامل يكون نوع الجذران حقيقيان نسيان.



حدد جذري المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا :

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 2 , b = 3 , c = -2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-2) = 9 + 16 = 25$$

موجب ومربع كامل (له جذر معروف)

مقدار المميز موجب مربع كامل اذن للمعادلة جذران حقيقيان نسبيا

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2(2)} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

نعوض ال 25 بدل القيمة داخل الجذر

$$\text{أما } x = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{أو } x = \frac{-3 - 5}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$S = \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$$

تمرين

7

حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا

$$2x^2 + 3x = 5$$

نرتب المعادلة أولا

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 2 , b = 3 , c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-5) = 9 + 40 = 49$$

موجب ومربع كامل (له جذر معروف)

مقدار المميز موجب ومربع كامل اذن للمعادلة جذران حقيقيان نسيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

نعوض ال 49 بدل القيمة داخل الجذر

$$\text{أما } x = \frac{-3 + 7}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\text{أو } x = \frac{-3 - 7}{4} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2} \Rightarrow S = \left\{ 1, -\frac{5}{2} \right\}$$

مثال

$$x^2 + 4x = 5$$

نرتب المعادلة أولا

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

نستخرج قيم c b a ثم نعوضها بالقانون

$$a = 1, b = 4, c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\Delta = (4)^2 - 4(1)(-5) = 16 + 20 = 36$$

موجب ومربع كامل (له جذر معروف)

مقدار المميز موجب ومربع كامل اذن للمعادلة جذران حقيقيان نسيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2(1)} = \frac{-4 \pm 6}{2}$$

$$\text{أما } x = \frac{-4 + 6}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{أو } x = \frac{-4 - 6}{2} = \frac{-10}{2} = -5 \Rightarrow S = \{1, -5\}$$



الحالة الثانية

إذا كان المميز $[b^2 - 4ac > 0]$ موجب وليس مربعاً كاملاً (ليس له جذر معروف) يكون

نوع الجذران حقيقيان غير نسبيين



$$y^2 - 4y - 9 = 0$$

نرتب المعادلة أولاً

$$a = 1, b = -4, c = -9$$

نستخرج قيم a, b, c ثم نعوضها بالقانون

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(-9) = 16 + 36 = 52 \text{ (موجب وليس مربع كامل (ليس له جذر معروف))}$$

مقدار المميز موجب وليس مربع كامل إذن للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين.

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{52}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2}$$

نعوض الـ 52 بدل القيمة داخل الجذر

$$\text{أما } y = \frac{4 + \sqrt{52}}{2}$$

$$\text{أو } y = \frac{4 - \sqrt{52}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{4 + \sqrt{52}}{2}, \frac{4 - \sqrt{52}}{2} \right\}$$

تمرين

10

$$y^2 + 12 = -9y$$

نرتب المعادلة

$$y^2 + 9y + 12 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 1, b = 9, c = 12$$

$$\Delta = b^2 - 4ac =$$

$$\Delta = (9)^2 - 4(1)(12) = 81 - 48 = 33$$

(موجب وليس مربع كامل) ليس له جذر معروف)

مقدار المميز موجب وليس مربع كامل اذن للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين.

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2(1)} = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2}$$

نعوض ال 33 بدل القيمة داخل الجذر

$$\text{أما } y = \frac{-9 + \sqrt{33}}{2}$$

$$\text{أو } y = \frac{-9 - \sqrt{33}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-9 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-9 - \sqrt{33}}{2} \right\}$$

$$y^2 - 2y - 10 = 0$$

الدور الاول 2019

$$a = 1, b = -2, c = -10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-10) = 4 + 40 = 44$$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ملاحظة

لمعرفة السؤال يحل بالعامل المميز تكون
بثلاث حالات

$$y = \frac{-(-2) \pm \sqrt{44}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{44}}{2}$$

1- يذكر بالسؤال حل بالعامل المميز

2- يذكر كلمة جذر او جذور المعادلة

3- يذكر هل يوجد حل للمعادلة

$$y = \frac{2 \pm 2\sqrt{11}}{2} = 1 \pm \sqrt{11}$$

$$\text{أما } y = 1 + \sqrt{11} \text{ أو } y = 1 - \sqrt{11}$$

$$S = \{1 + \sqrt{11}, 1 - \sqrt{11}\}$$



حدد نوع جذري المعادلة باستخدام العامل المميز

$$x^2 - 3x - 5 = 0$$

قويدي 2022

$$a = 1, b = -3, c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(-5) = 9 + 20 = 29$$

للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين

حدد جذري المعادلة وجد مجموعة الحل ان امكن

$$3x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$a = 3, b = -9, c = 2$$

الدور الثالث 2023

$$\Delta = b^2 - 4ac =$$

$$\Delta = (9)^2 - 4(3)(2) = 81 - 24 = 57$$

مقدار المميز موجب وليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{57}}{2(3)} = \frac{-9 \pm \sqrt{57}}{6}$$

$$\text{أما } y = \frac{-9 + \sqrt{57}}{6}$$

$$\text{أو } y = \frac{-9 - \sqrt{57}}{6}$$

$$S = \left\{ \frac{-9 + \sqrt{57}}{6}, \frac{-9 - \sqrt{57}}{6} \right\}$$



الحالة الثالثة

إذا كان المميز يساوي صفر $[b^2 - 4ac = 0]$ يكون نوع الجذران حقيقيان متساويان $\left(\frac{-b}{2a}\right)$

نرتب المعادلة أولا

$$z^2 + 8z = -16$$

$$z^2 + 8z + 16 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 1, b = 8, c = 16$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (8)^2 - 4(1)(16) = 64 - 64 = 0$$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران حقيقيان متساويان

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{-8}{2} = -4$$

نعوض ال 0 بدل القيمة داخل الجذر



$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

حدد جذري المعادلة وجد مجموعة الحل ان امكن

$$a = 1, b = -2, c = 1$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران متساويان

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1$$

نعوض ال 0 بدل القيمة داخل الجذر



$$y^2 - 14y + 49 = 0$$

$$a = 1, b = -14, c = 49$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

تعرين

20

$$\Delta = (-14)^2 - 4(1)(49) = 196 - 196 = 0$$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران متساويان

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{14}{2} = 7$$



حدد جذري المعادلة ثم جد مجموعة الحل اذا كان ممكن

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

الدور الاول 2021

$$a = 4, b = -12, c = 9$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4(4)(9) = 144 - 144 = 0$$

جذران متساويان

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{12}{2} = 6$$



باستخدام العامل المميز بين ان جذري المعادلة متساويان

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

الدور الثالث 2019

$$a = 1, b = -4, c = 4$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$$

الجزران متساويان

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{4}{2} = 2$$



الحالة الرابعة

إذا كان المميز $[b^2 - 4ac < 0]$ سالب يكون نوع الجزران غير حقيقيين (ليس لها حل في R)

$$x^2 + 2x + 10 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 1, b = 2, c = 10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (2)^2 - 4(1)(10) = 4 - 40 = -36$$

المقدار المميز سالب إذن ليس للمعادلة حل في R



$$3x^2 - 7x + 6 = 0$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

$$a = 3, b = -7, c = 6$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(3)(6) = 49 - 72 = -23$$

الدور الأول 2023

مقدار المميز سالب لذا المعادلة ليس لها حل في R

$$2x^2 - 5x + 7 = 0$$

$$a = 2, b = -5, c = 7$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(2)(7) = 25 - 56 = -31$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

مقدار المميز سالب ليس لها حل في R

بين ان لا يوجد حل للمعادلة في R

$$x^2 - 6x + 28 = 0$$

$$a = 1, b = -6, c = 28$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(28) = 36 - 112 = -76$$

اذن لا يوجد حل في R

بين أن المعادلة $2Z^2 - 3Z + 10 = 0$ ليس لها حل في R

$$a = 2, b = -3, c = 10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(10)$$

$$= 9 - 80 = -71$$

تمرين

22

مقدار المميز سالب لذا المعادلة ليس لها حل في R



حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل ان كان ممكنا

$$2x^2 + 8x + 8 = 0$$

$$x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$4x^2 - 3x + 7 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 8 = 0$$

$$8x^2 - 8x + 2 = 0$$

واجب



إيجاد قيمة الثابت K

ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة :

$$x^2 - (k + 1)x + 4 = 0 \text{ متساويين}$$

$$a = 1, b = -(k + 1), c = 4$$

نستخرج قيم c b a ثم نعوضها بالقانون

بما ان جذري المعادلة متساويين ستصبح معادلة العامل المميز بالشكل

$$b^2 = 4ac$$

$$[-(k + 1)]^2 = 4(1)(4)$$

$$(k + 1)^2 = 16 \quad \text{باخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$k + 1 = \pm 4$$

$$\text{أما } k + 1 = 4 \Rightarrow k = 4 - 1 = 3$$

$$\text{أو } k + 1 = -4 \Rightarrow k = -4 - 1 = -5$$

تمرين

11

ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 2)x + 36 = 0$ متساويين ؟

تحقق من الإجابة

$$a = 1, \quad b = -(k + 2), \quad c = 36$$

نستخرج قيم a, b, c ثم نعوضها بالقانون

بما ان جذري المعادلة متساويين ستتصبح معادلة العامل المميز بالشكل

$$b^2 = 4ac$$

تمهيد 2019

$$[-(k + 2)]^2 = 4(1)(36)$$

$$(k + 2)^2 = 144 \quad \text{باخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$k + 2 = \pm 12$$

$$\text{أما } k + 2 = 12 \Rightarrow k = 12 - 2 = 10$$

$$\text{أو } k + 2 = -12 \Rightarrow k = -12 - 2 = -14$$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$$k = 12 \Rightarrow x^2 - (k + 2)x + 36 = 0$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0 \Rightarrow (x - 6)^2 = 0$$

$$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$$k = -14 \Rightarrow x^2 - (k + 2)x + 36 = 0$$

$$x^2 + 12x + 36 = 0 \Rightarrow (x + 6)^2 = 0$$

$$x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$$

تمرين

12

ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4y^2 + 25 = (k - 5)y$ متساويين؟

تحقق من الإجابة.

نرتب المعادلة

$$4y^2 - (k - 5)y + 25 = 0$$

$$a = 4, \quad b = -(k - 5), \quad c = 25$$

نستخرج قيم a b c ثم نعوضها بالقانون

بما ان جذري المعادلة متساويين ستصبح معادلة العامل المميز بالشكل

$$b^2 = 4ac$$

الدور الثاني 2022

$$[-(k - 5)]^2 = 4(4)(25)$$

$$(k - 5)^2 = 400 \quad \text{باخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$k - 5 = \pm 20$$

$$\text{أما } k - 5 = 20 \Rightarrow k = 20 + 5 = 25$$

$$\text{أو } k - 5 = -20 \Rightarrow k = -20 + 5 = -15$$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$$k = 25 \Rightarrow y^2 - (k - 5)y + 25 = 0$$

$$y^2 - 20y + 25 = 0 \Rightarrow (y - 5)^2 = 0$$

$$y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$$

$$k = -15 \Rightarrow y^2 - (k - 5)y + 25 = 0$$

$$y^2 + 20y + 25 = 0 \Rightarrow (y + 5)^2 = 0$$

$$y + 5 = 0 \Rightarrow y = -5$$



تمرين

13

جد قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $Z^2 + 16 = (k + 4)Z$ متساويين ؟

تحقق من الإجابة

$$Z^2 - (k + 4)Z + 16 = 0$$

نرتب المعادلة

$$a = 1, \quad b = -(k + 4), \quad c = 16$$

نستخرج قيم a, b, c ثم نعوضها بالقانون

بما ان جذري المعادلة متساويين ستصبح معادلة العامل المميز بالشكل

$$b^2 = 4ac$$

تمويل 2021

$$[-(k + 4)]^2 = 4(1)(16)$$

$$(k + 4)^2 = 64 \quad \text{باخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$k + 4 = \pm 8$$

$$\text{أما } k + 4 = 8 \Rightarrow k = 8 - 4 = 4$$

$$\text{أو } k + 4 = -8 \Rightarrow k = -8 - 4 = -12$$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$$k = 4 \Rightarrow Z^2 - (k + 4)Z + 16 = 0$$

$$Z^2 - 8Z + 16 = 0 \Rightarrow (Z - 4)^2 = 0$$

$$Z - 4 = 0 \Rightarrow Z = 4$$

$$k = -12 \Rightarrow Z^2 - (k + 4)Z + 16 = 0$$

$$Z^2 + 8Z + 16 = 0 \Rightarrow (Z + 4)^2 = 0$$

$$Z + 4 = 0 \Rightarrow Z = -4$$



تمرين
21

ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 6)x + 49 = 0$ متساويين؟

تحقق من الإجابة

$$a = 1, \quad b = -(k + 6), \quad c = 49$$

نستخرج قيم a, b, c ثم نعوضها بالقانون

بما ان جذري المعادلة متساويين ستصبح معادلة العامل المميز بالشكل

$$b^2 = 4ac$$

$$[-(k + 6)]^2 = 4(1)(49)$$

باخذ الجذر التربيعي للطرفين $(k + 6)^2 = 196$

$$k + 6 = \pm 14$$

أما $k + 6 = 14 \Rightarrow k = 14 - 6 = 8$

أو $k + 6 = -14 \Rightarrow k = -14 - 6 = -20$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 8 \Rightarrow x^2 - (k + 6)x + 49 = 0$

$$x^2 - 14x + 49 = 0 \Rightarrow (x - 7)^2 = 0$$

$$x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$$

$k = -20 \Rightarrow x^2 - (k + 6)x + 49 = 0$

$$x^2 + 14x + 49 = 0 \Rightarrow (x + 7)^2 = 0$$

$$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$



ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4y^2 + 36 = (k - 6)y$ متساويين ؟

ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $Z^2 + 81 = (k + 9)Z$ متساويين ؟

ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 6)x + 9 = 0$ متساويين

ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 10)x + 16 = 0$ متساويين

واجب



تدرب وحل المسائل الحياتية

23

العب نارية : في احدى المناسبات اطلقت مجموعة من الألعاب النارية عموديا في الهواء وصلت الى ارتفاع 140m . احسب الزمن الذي وصلت به الى هذا الارتفاع اذا كانت المعادلة التالية : $5t^2 + 60t = 140$ تمثل العلاقة بين الارتفاع بالمتر الذي وصلت اليه الألعاب النارية بعد t ثانية .

$$5t^2 + 60t - 140 = 0 \quad \} \div 5$$

$$t^2 + 12t - 28 = 0$$

$$a = 1, b = 12, c = -28$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{(12)^2 - 4(1)(28)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 112}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{256}}{2}$$

$$t = \frac{-12 \pm 16}{2}$$

$$\text{أما } t = \frac{-12 + 16}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{أو } t = \frac{-12 - 16}{2} = \frac{-28}{2} = -14 \quad \text{يهمل}$$



24

تجارة : يحسب سامر سعر الكلفة للبدلة الرجالية الواحدة ثم يضيف عليها مبلغ للربح وبييعها للزبائن بمبلغ 120 ألف دينار اذا كانت p في المعادلة $p^2 - 30p + 225 = 0$ تمثل مبلغ ربح سامر في البدلة الواحدة بألوف الدنانير فما سعر كلفة البدلة الواحدة ؟

$$a = 1, \quad b = -30, \quad c = 225$$

$$p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(1)(225)}}{2(1)}$$

$$= \frac{30 \pm \sqrt{900 - 900}}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

كلفة البدلة هو 105

فكر

25

تحديد : حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R :

i) $x^2 + 8x = 10$

$$x^2 + 8x - 10 = 0 \Rightarrow a = 1, \quad b = 8, \quad c = -10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (8)^2 - 4(1)(-10) = 64 + 40 = 104$$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{104}}{2(1)}$$

$$\text{أو } x = \frac{-8 - \sqrt{104}}{2}$$

$$\text{أو } x = \frac{-8 + \sqrt{104}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-8 - \sqrt{104}}{2}, \frac{-8 + \sqrt{104}}{2} \right\}$$



ii) $3y^2 - 6y - 42 = 0$

$$3y^2 - 6y - 42 = 0 \} \div 3 \Rightarrow y^2 - 2y - 14 = 0$$

$$a = 1, \quad b = -2, \quad c = -14$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-14) = 4 + 56 = 60$$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{60}}{2(1)}$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{60}}{2}$$

$$\text{أما } y = \frac{2 + \sqrt{60}}{2}$$

$$\text{أو } y = \frac{2 - \sqrt{60}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{2 - \sqrt{60}}{2}, \frac{2 + \sqrt{60}}{2} \right\}$$



26

أصح الخطأ : قال سعد أن المعادلة $2x^2 - 3x - 9 = 0$ ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية . اكتشف خطأ سعد و صححه .

$$a = 2 , \quad b = -3 , \quad c = -9$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-9) = 9 + 72 = 81$$

مقدار المميز مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان نسبيان .



27

حس عددي : استعملت مروءة المقدار المميز لكتابة جذري المعادلة $Z^2 - 8Z + 16 = 0$ دون تحليلها . فسر كيف استطاعت مروءة كتابة جذري المعادلة .

$$a = 1 , \quad b = -8 , \quad c = 16$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(1)(16) = 64 - 64 = 0$$

قيمة المقدار المميز يساوي صفر ولها جذر حقيقي واحد .

اذن من الممكن استعمال العلاقة

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2(1)} = 4$$



أكتب // نوع جذري المعادلة $x^2 + 100 = 20x$ باستعمال المقدار المميز دون حلها .

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$a = 1 , \quad b = -20 , \quad c = 100$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-20)^2 - 4(1)(100) = 400 - 400 = 0$$

قيمة المقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران حقيقيان متساويان ولها جذر حقيقي واحد .



حل المعادلات الكسرية

نستعمل تحليل المقادير الجبرية لحل المعادلات الكسرية التي في مقامها متغير وذلك بتخلص من الكسور. ثم حلها بإحدى طرق التحليل السابقة.

مثال

إذا كان ثمن شراء التحفية الواحدة $2x + 3$ الف دينار و ثمن شراء ست تحفيات $x^2 + 3x - 1$ الف دينار
فإذا كان ثمن تحفية واحدة الى ثمن ثلاث تحفيات $\frac{1}{3}$ فما ثمن شراء تحفية واحدة

$$\frac{\text{ثمن تحفية واحدة}}{\text{ثمن ست تحفيات}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2x + 3}{x^2 + 3x - 1} = \frac{1}{3}$$

الطرفين في الوسطين

$$x^2 + 3x - 1 = 6x + 9$$

$$x^2 + 3x - 1 - 6x - 9 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x + 2)(x - 5) = 0$$

$$\text{أما } x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ يهمل}$$

$$\text{أو } x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$2x + 3 = 2(5) + 3 = 10 + 3 = 13 \text{ ألف}$$

ثمن شراء تحفية واحدة هو 13 ألف دينار

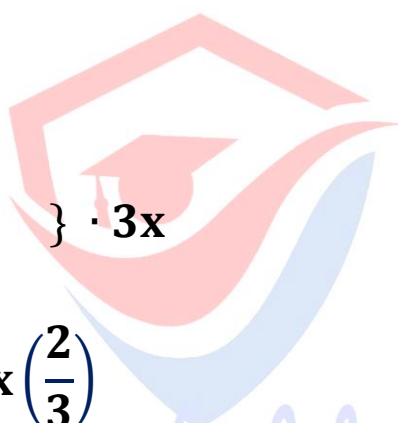


مثال

جد مجموعة الحل للمعادلة التالية ثم تحقق من صحة

$$5x + \frac{x-2}{3x} = \frac{2}{3}$$

$$5x + \frac{x-2}{3x} = \frac{2}{3}$$



$$3x(5x) + 3x\left(\frac{x-2}{3x}\right) = 3x\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$15x^2 + x - 2 = 2x \Rightarrow 15x^2 + x - 2x - 2 = 0$$

$$15x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (5x - 2)(3x + 1) = 0$$

$$\text{أما } 5x - 2 = 0 \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$\text{أو } 3x + 1 = 0 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{2}{5}, -\frac{1}{3} \right\}$$

التحقق من صحة الحل: نعوض قيم x في المعادلة الأصلية:

$$x = \frac{2}{5} \Rightarrow 5\left(\frac{2}{5}\right) + \frac{\frac{2}{5} - 2}{3\left(\frac{2}{5}\right)} = 2 + \frac{2 - 10}{\frac{6}{5}}$$

$$= 2 + \frac{-8}{6} = 2 - \frac{4}{3} = \frac{6 - 4}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{اليمن}$$

$$x = -\frac{1}{3} \Rightarrow 5\left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{\frac{-1}{3} - 2}{3\left(-\frac{1}{3}\right)} = -\frac{5}{3} + \frac{-1 - 6}{-3}$$

$$= -\frac{5}{3} + \frac{-7}{-3} = \frac{-5}{3} + \frac{7}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{الأيمن}$$



مثال

جد مجموعة الحل للمعادلة في R :

$$\frac{x}{x-3} + \frac{4x}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$$

$$\frac{x}{x-3} + \frac{4x}{x+3} = \frac{18}{(x+3)(x-3)} \quad \} \times (x+3)(x-3)$$

$$x(x+3) + 4x(x-3) = 18$$

$$x^2 + 3x + 4x^2 - 12x - 18 = 0$$

$$5x^2 - 9x - 18 = 0$$

$$(x-3)(5x+6) = 0$$

$$\text{أما } x-3=0 \Rightarrow x=3$$

$$5x + 6 = 0 \Rightarrow 5x = -6 \Rightarrow x = -\frac{6}{5}$$

$$S = \left\{ 3, -\frac{6}{5} \right\}$$



مثال

جد مجموعة حل المعادلة :

$$\frac{2}{x+2} - \frac{x}{2-x} = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$$

$$\frac{2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{x^2 + 4}{(x+2)(x-2)} \quad \} \times (x+2)(x-2)$$

$$2(x-2) + x(x+2) = x^2 + 4$$

$$2x - 4 + x^2 + 2x = x^2 + 4$$

$$4x - 4 + x^2 = x^2 + 4$$

$$4x - 4 + x^2 - x^2 - 4 = 0$$

$$4x - 8 = 0 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{4} = 2$$

تأكد من فهمك

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{6}{4x^2} \quad \} \cdot 4x^2$$

1

$$4x + 2x^2 = 6 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 0 \} \div 2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\text{أما } x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$\text{أو } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم X في المعادلة الأصلية :

$$x = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{2 + 1}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{الطرف الأيسر}$$

$$\frac{6}{4x^2} = \frac{6}{4(1)^2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \quad \text{الطرف الأيمن}$$



2

$$\frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{10y}$$

$$\frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{10y} \quad \} \times 10y$$

$$10y \left(\frac{y}{2} \right) - 10y \left(\frac{7}{5} \right) = 10y \left(\frac{3}{10y} \right)$$

$$5y(y) - 2y(7) = 3$$

$$5y^2 - 14y - 3 = 0 \Rightarrow (y - 3)(5y + 1) = 0$$

$$\text{أما } y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$$

$$\text{أو } 5y + 1 = 0 \Rightarrow 5y = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{5}$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$$y = 3 \Rightarrow \frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{2} - \frac{7}{5} = \frac{15 - 14}{10} = \frac{1}{10} \text{ اليسر}$$

$$\frac{3}{10y} = \frac{3}{10(3)} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} \text{ اليمين}$$



$$\frac{x+4}{2} = \frac{-3}{2x} \quad \} \times 2x \quad \rightarrow 2x \left(\frac{x+4}{2} \right) = 2x \left(\frac{-3}{2x} \right)$$

$$x(x+4) = -3$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$(x+3)(x+1) = 0$$

$$\text{أما } x+3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$\text{أو } x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow S\{-3, -1\}$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

عندما $x = -3$:

$$\frac{x+4}{2} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2} \text{ الطرف الأيسر}$$

$$\frac{-3}{2x} = \frac{-3}{2(-3)} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2} \quad \text{اليمن}$$



4

$$\frac{y+1}{2y^2} = \frac{3}{4} \quad \times \quad 4y^2 \quad \rightarrow \quad 4y^2 \left(\frac{y+1}{2y^2} \right) = 4y^2 \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$2(y+1) = 3y^2$$

$$2y+2 = 3y^2$$

$$3y^2 - 2y - 2 = 0$$

$$a = 3, \quad b = -2, \quad c = -2$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(3)(-2)}}{2(3)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 24}}{6}$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{6} = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{6} = \frac{2(1 \pm \sqrt{7})}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$\text{أما } y = \frac{1 + \sqrt{7}}{3} \quad \text{أو } y = \frac{1 - \sqrt{7}}{3}$$

تحقق من صحة الحل: نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

الدور الثاني 2022

$$y = \frac{1 + \sqrt{7}}{3} \Rightarrow \frac{y + 1}{2y^2} = \frac{\frac{1 + \sqrt{7}}{3} + 1}{2\left(\frac{1 + \sqrt{7}}{3}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{1 + \sqrt{7} + 3}{3}}{2\left(\frac{1 + 2\sqrt{7} + 7}{9}\right)} = \frac{\frac{4 + \sqrt{7}}{3}}{2\left(\frac{8 + 2\sqrt{7}}{9}\right)} = \frac{\frac{4 + \sqrt{7}}{3}}{\frac{16 + 4\sqrt{7}}{9}}$$

$$= \frac{4 + \sqrt{7}}{3} \times \frac{9}{16 + 4\sqrt{7}} = \frac{4 + \sqrt{7}}{1} \times \frac{3}{4(4 + \sqrt{7})} = \frac{3}{4}$$



5

$$\frac{9x - 14}{x - 5} = \frac{x^2}{x - 5} \} \times (x - 5)$$

$$9x - 14 = x^2 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$(x - 7)(x - 2) = 0$$

$$\text{أما } x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$$

$$\text{أو } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

التحقق: عندما $x = 7$

$$\frac{9x - 14}{x - 5} = \frac{9(7) - 14}{7 - 5} = \frac{63 - 14}{2} = \frac{49}{2} \text{ الأيسر}$$

$$\frac{x^2}{x-5} = \frac{(7)^2}{7-5} = \frac{49}{2} \quad \text{الطرف الأيمن}$$



6

$$\frac{1}{y^2-6} = \frac{2}{y+3} \quad \text{الطرفين في الوسطين}$$

$$2y^2 - 12 = y + 3 \Rightarrow 2y^2 - 12 - y - 3 = 0$$

$$2y^2 - y - 15 = 0 \Rightarrow (2y + 5)(y - 3) = 0$$

$$\text{أما } 2y + 5 = 0 \Rightarrow 2y = -5 \Rightarrow y = -\frac{5}{2}$$

$$\text{أو } y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

عندما : $y = 3$

$$\frac{1}{y^2-6} = \frac{1}{(3)^2-6} = \frac{1}{9-6} = \frac{1}{3} \quad \text{الطرف الأيسر}$$

$$\frac{2}{y+3} = \frac{2}{3+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{الطرف الأيمن}$$



7

جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R :

$$\frac{y-4}{y+2} - \frac{2}{y-2} = \frac{17}{y^2-4}$$

$$\frac{y-4}{y+2} - \frac{2}{y-2} = \frac{17}{(y+2)(y-2)} \quad \} \times (y+2)(y-2)$$

$$(y-2)(y-4) - 2(y+2) = 17$$

$$y^2 - 4y - 2y + 8 - 2y - 4 - 17 = 0$$

$$y^2 - 8y - 13 = 0$$

$$a = 1, b = -8, c = -13$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(-13)}}{2(1)}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{64 + 52}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{116}}{2}$$

$$y = \frac{8 \pm 2\sqrt{29}}{2} = \frac{2(4 \pm \sqrt{29})}{2} = 4 \pm \sqrt{29}$$

$$\text{أما } y = 4 + \sqrt{29} \quad \text{أو} \quad y = 4 - \sqrt{29}$$



8

$$\frac{9}{x^2 - x - 6} - \frac{5}{x - 3} = 1$$

$$\frac{9}{(x-3)(x+2)} - \frac{5}{x-3} = 1 \quad \} \times (x-3)(x+2)$$

$$9 - 5(x + 2) = x^2 + 2x - 3x - 6$$

$$9 - 5x - 10 = x^2 - x - 6$$

$$-1 - 5x = x^2 - x - 6$$

$$x^2 - x - 6 + 1 + 5x = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\text{أما } x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

$$\text{أو } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{-5, 1\}$$



9

$$\frac{12}{y^2 - 16} + \frac{6}{y + 4} = 2$$

$$\frac{12}{(y + 4)(y - 4)} + \frac{6}{y + 4} = 2 \quad \} \times (y + 4)(y - 4)$$

$$12 + 6(y - 4) = 2(y + 4)(y - 4)$$

$$12 + 6y - 24 = 2(y^2 - 16)$$

$$6y - 12 = 2y^2 - 32$$

$$2y^2 - 32 - 6y + 12 = 0 \Rightarrow 2y^2 - 6y - 20 = 0$$

$$(y - 5)(2y + 4) = 0$$

$$\text{أما } y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$$

$$\text{أو } 2y + 4 = 0 \Rightarrow 2y = -4 \Rightarrow y = -\frac{4}{2} = -2$$

$$S = \{5, -2\}$$



10

$$\frac{2x}{x+1} + \frac{3x}{x-1} = \frac{8+7x+3x^2}{x^2-1}$$

$$\frac{2x}{x+1} + \frac{3x}{x-1} = \frac{8+7x+3x^2}{(x+1)(x-1)} \} \times (x+1)(x-1)$$

$$2x(x-1) + 3x(x+1) = 8+7x+3x^2$$

$$2x^2 - 2x + 3x^2 + 3x - 8 - 7x - 3x^2$$

$$2x^2 - 6x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(2x+2) = 0$$

$$\text{أما } x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{أو } 2x + 2 = 0 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{2} = -1$$

$$S = \{4, -1\}$$



11

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

$$\frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x} \} \cdot (6x^2)$$

$$4 + 2x^2 = 6x \Rightarrow 2x^2 - 6x + 4 = 0 \} \div 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\text{أما } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{أو } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{2, 1\}$$

تتحقق من صحة الحل: نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

عندما $x = 2$

$$\frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{4}{6(2)^2} + \frac{1}{3} = \frac{4}{24} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1+2}{6}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

الطرف الأيسر

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

الطرف الأيمن

عندما $x = 1$

$$\frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{4}{6(1)^2} + \frac{1}{3} = \frac{4}{6} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2+1}{3}$$

$$= \frac{3}{3} = 1$$

الطرف الأيسر

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{1} = 1$$

الطرف الأيمن

$$\frac{3y}{4} - \frac{6}{12y} + \frac{1}{4} = 0$$

12

$$\frac{3y}{4} - \frac{2}{4y} + \frac{1}{4} = 0 \quad \} \times 4y$$

$$3y^2 - 2 + y = 0 \Rightarrow 3y^2 + y - 2 = 0$$

$$(y + 1)(3y - 2) = 0$$

$$\text{أما } y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$$

$$\text{أو } 3y - 2 = 0 \Rightarrow 3y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$$

$$S = \left\{ -1, \frac{2}{3} \right\}$$

Mohammed abdul karim

تحقق من صحة الحل: نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

عندما : $y = -1$

$$\frac{3y}{4} - \frac{6}{12y} + \frac{1}{4} = \frac{3(-1)}{4} - \frac{2}{4(-1)} + \frac{1}{4} = \frac{-3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{0}{4} = 0 \quad \text{الطرف الأيمن}$$

$$\frac{9x + 22}{x^2} = 1 \quad \text{الطرفين في الوسطين}$$

13

$$x^2 = 9x + 22 \Rightarrow x^2 - 9x - 22 = 0$$

$$(x - 11)(x + 2) = 0$$

$$\text{أما } x - 11 = 0 \Rightarrow x = 11$$

$$\text{أو } x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow S = \{11, -2\}$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

عندما : $x = -2$

$$\frac{9x + 22}{x^2} = \frac{9(-2) + 22}{(-2)^2} = \frac{-18 + 22}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

الطرف الأيمن

$$\frac{9}{(y + 2)^2} = \frac{9}{(1 + 2)^2} = \frac{9}{9} = 1 \quad \text{الطرف الأيسر}$$

$$\frac{3y}{y + 2} = \frac{3(1)}{1 + 2} = \frac{3}{3} = 1 \quad \text{الطرف الأيمن}$$



14

$$\frac{9}{(y + 2)^2} = \frac{3y}{y + 2}$$

$$\frac{9}{(y + 2)^2} = \frac{3y}{y + 2} \} \cdot (y + 2)^2$$

$$9 = 3y(y + 2) \Rightarrow 3y^2 + 6y - 9 = 0 \} \div 3$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow (y + 3)(y - 1) = 0$$

$$\text{أما } y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$$

$$\text{أو } y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow S = \{-3, 1\}$$

التحقق من صحة الحل: عندما $y = 1$



جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R :

$$\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = 1$$

15

$$\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = 1 \} \cdot (x-4)(x-3)$$

$$3(x-3) - 2(x-4) = (x-4)(x-3)$$

$$3x - 9 - 2x + 8 = x^2 - 3x - 4x + 12$$

$$x - 1 = x^2 - 7x + 12$$

$$x^2 - 7x + 12 - x + 1 = 0$$

$$x^2 - 8x + 13 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -8, c = 13$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(13)}}{2(1)} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 52}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(4 \pm \sqrt{3})}{2} = 4 \pm \sqrt{3}$$

أما $x = 4 + \sqrt{3}$ أو $x = 4 - \sqrt{3}$

$$S = \{4 + \sqrt{3}, 4 - \sqrt{3}\}$$



$$\frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{4y^2-24}{y^2-25}$$

16

$$\frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{4y^2-24}{(y+5)(y-5)} \} \times (y+5)(y-5)$$

$$(y-5)^2 - (y+5)^2 = 4y^2 - 24$$

$$y^2 - 10y + 25 - (y^2 + 10y + 25) = 4y^2 - 24$$

$$4y^2 - 24 - y^2 + 10y - 25 + y^2 + 10y + 25 = 0$$

$$4y^2 + 20y - 24 = 0 \} \div 4$$

$$y^2 + 5y - 6 = 0 \Rightarrow (y+6)(y-1) = 0$$

أما $y + 6 = 0 \Rightarrow y = -6$

أو $y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow S = \{-6, 1\}$

$$\frac{6-x}{x^2+x-12} - \frac{2}{x+4} = 1$$

$$\frac{6-x}{(x+4)(x-3)} - \frac{2}{x+4} = 1 \quad \} \times (x+4)(x-3)$$

$$6-x-2(x-3) = x^2-3x+4x-12$$

$$6-x-2x+6 = x^2+x-12$$

$$12-3x = x^2+x-12$$

$$x^2+x-12-12+3x = 0$$

$$x^2+4x-24 = 0$$

$$a = 1, b = 4, c = -24$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(1)(-24)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 96}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{112}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{7}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{7}$$

$$\text{إما } X = -2 + \sqrt{7} \quad \text{أو} \quad x = -2 - \sqrt{7}$$

$$\frac{4+8y}{y^2-9} + \frac{6}{y+3} = 3$$

18

$$\frac{4+8y}{(y+3)(y-3)} + \frac{6}{y+3} = 3 \} \times (y+3)(y-3)$$

$$4+8y+6(y-3)=3(y+3)(y-3)$$

$$4+8y+6y-18=3(y^2-9)$$

$$14y-14=3y^2-27$$

$$3y^2-27+14-14y=0 \Rightarrow 3y^2-14y-13=0$$

$$a=3, b=-14, c=-13$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4(3)(-13)}}{2(3)}$$

$$= \frac{14 \pm \sqrt{196 + 156}}{6} = \frac{14 \pm \sqrt{352}}{6}$$

$$y = \frac{14 \pm 4\sqrt{22}}{6} = \frac{2(7 \pm 2\sqrt{22})}{6} = \frac{7 \pm 2\sqrt{22}}{3}$$

$$\text{أما } y = \frac{7+2\sqrt{22}}{3} \text{ أو } y = \frac{7-2\sqrt{22}}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{7 + 2\sqrt{22}}{3}, \frac{7 - 2\sqrt{22}}{3} \right\}$$



تدرب وحل المسائل الحياتية

19

نقل مسافرين : تقطع طائرة الخطوط الجوية العراقية المسافة 350km بين مدينة بغداد واربيل بسرعة معينة ولو زادت سرعة الطائرة بمقدار 10 km/h لتمكنت الطائرة من قطع المسافة بزمان يقل 10 دقائق عن الزمن الأول . جد سرعة أولاً

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \text{الزمن}$$

الحل: نفرض السرعة الأولى V

السرعة الثانية $V + 10$

$$\frac{350}{V+10} = \text{الزمن الثاني} , \quad \frac{350}{V} = \text{الزمن الأول}$$

$$\frac{1}{6} = \text{الزمن الأول} - \text{الزمن الثاني}$$

$$\frac{350}{V} - \frac{350}{V+10} = \frac{1}{6} \quad \} \times 6V(V+10)$$

$$2100(V+10) - 2100V = V(V+10)$$

$$2100V + 21000 - 2100V = V^2 + 10V$$

$$V^2 + 10V - 21000 = 0$$

$$\text{نحول الزمن من دقائق الى ساعة}$$

$$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

$$(V + 150)(V - 140) = 0$$

أما $V + 150 = 0 \Rightarrow V = -150$ يهمل

أو $V - 140 = 0 \Rightarrow V = 140 \text{ km/h}$ السرعة

20

رياضة : اذا أراد راكب دراجة قطع مسافة 60 km بين مدينتين A, B بسرعة معينة ولو زادت سرعته بمقدار 10 km/h لتمكن من قطع هذه المسافة بزمن يقل ساعة واحدة عن الزمن الأول . جد سرعته أولاً

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \text{السرعة}$$

الحل: نفرض السرعة الأولى V

السرعة الثانية $V + 10$

الزمن الأول $\frac{60}{V}$, الزمن الثاني $\frac{60}{V+10}$

الزمن الأول - الزمن الثاني = 1

$$\frac{60}{V} - \frac{60}{V+10} = 1 \quad \} \times V(V+10)$$

$$60(V+10) - 60V = V(V+10)$$

$$60V + 600 - 60V = V^2 + 10V$$

$$V^2 + 10V - 600 = 0$$

$$(V + 30)(V - 20) = 0$$

أما $V + 30 = 0 \Rightarrow V = -30$ يهمل

أو $V - 20 = 0 \Rightarrow V = 20 \text{ km/h}$ سرعته

21

سباق : شارك نوفل في سباق ثلاثي وتضمن السباق السباحة وركوب الدراجة والجري واستغرق

ساعتين لانهاء السباق كما موضح في الجدول المجاور على اعتبار x تعبر عن معدل سرعته في

السباحة . جد معدل السرعة التقريبية في سباق

السباحة

الزمن	السرعة km/h	المسافة km	
t_s	x	$d_s = 1$	السباحة
t_b	$5x$	$d_b = 20$	ركوب الدراجة
t_r	$x + 4$	$d_r = 4$	الجري

ملاحظة : أستعمل معادلة الزمن الأجمالي الذي أستغرقه نوفل في السباق بدلالة سرعته في السباحة

هو :

$$T(x) = t_s + t_b + t_r$$

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \text{الزمن}$$

$$t_s = \frac{1}{x}, \quad t_b = \frac{20}{5x} = \frac{4}{x}, \quad t_r = \frac{4}{x+4}, \quad T(x) = 2$$

$$T(x) = t_s + t_b + t_r$$

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{x} + \frac{4}{x+4} = 2 \quad \} \cdot x(x+4)$$

$$x + 4 + 4(x+4) + 4x = 2x(x+4)$$

$$x + 4 + 4x + 16 + 4x = 2x^2 + 8x$$

$$9x + 20 = 2x^2 + 8x$$

$$2x^2 + 8x - 9x - 20 = 0$$

$$2x^2 - x - 20 = 0 \Rightarrow a = 2, b = -1, c = -20$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-20)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 160}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{161}}{4} \approx \frac{1 \pm 13}{4}$$

$$\text{أما } x \approx \frac{1 + 13}{4} \approx \frac{14}{4} \approx \frac{7}{2} \approx 3.5 \approx 4$$

$$\text{أو } x \approx \frac{1 - 13}{4} \approx \frac{-12}{4} \approx -3 \text{ يهمل}$$

السرعة تقريباً هي : $x \approx 4 \text{ km/h}$



22

تحد : جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R :

$$i) \frac{3}{x+5} + \frac{4}{5-x} = \frac{x^2 - 15x + 14}{x^2 - 25}$$

$$\frac{3}{x+5} - \frac{4}{x-5} = \frac{x^2 - 15x + 14}{(x+5)(x-5)} \} \times (x+5)(x-5)$$

$$3(x-5) - 4(x+5) = x^2 - 15x + 14$$

$$3x - 15 - 4x - 20 = x^2 - 15x + 14$$

$$-x - 35 = x^2 - 15x + 14$$

$$x^2 - 15x + 14 + x + 35 = 0$$

$$x^2 - 14x + 49 = 0$$

$$(x-7)^2 = 0 \Rightarrow x-7 = 0 \Rightarrow x = 7$$

23

أصح الخطأ : استعمل نمير المقدار المميز لبيان جذور المعادلة

$$\frac{2}{x-7} \times \frac{1}{x-1} = 1$$

فقال نمير أن للمعادلة جذران نسبيا حقيقيان . اكتشف خطأ نمير وصححه

$$\frac{2}{x^2 - x - 7x + 7} = 1$$

$$\frac{2}{x^2 - 8x + 7} = 1 \quad \text{الطرفين في الوسطين}$$

$$x^2 - 8x + 7 = 2 \Rightarrow x^2 - 8x + 7 - 2 = 0$$

$$x^2 - 8x + 5 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -8, c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(1)(5) = 64 - 20 = 44$$

الميز موجب وليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .



أكتب // مجموعة الحل في R

$$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2$$

$$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2 \} \times (x+6)(x-6)$$

$$x - 6 - 5(x+6) = 2(x+6)(x-6)$$

$$x - 6 - 5x - 30 = 2(x^2 - 36)$$

$$-4x - 36 = 2x^2 - 72$$

$$2x^2 - 72 + 4x + 36 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 36 = 0 \} \div 2$$

$$x^2 + 2x - 18 = 0 \Rightarrow a = 1, b = 2, c = -18$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-18)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 72}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{76}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{19}}{2} =$$

$$x = -1 \mp \sqrt{19}$$

$$\text{أما } x = -1 + \sqrt{19} \text{ أو } x = -1 - \sqrt{19}$$

$$S = \{-1 + \sqrt{19}, -1 - \sqrt{19}\}$$



تم الفصل الثالث ولله الحمد ... اسئلكم الدعاء لوالدي بالرحمة
والمغفرة